RÉGION NORMANDIE

UNION EUROPÉENNE

Normandie Université

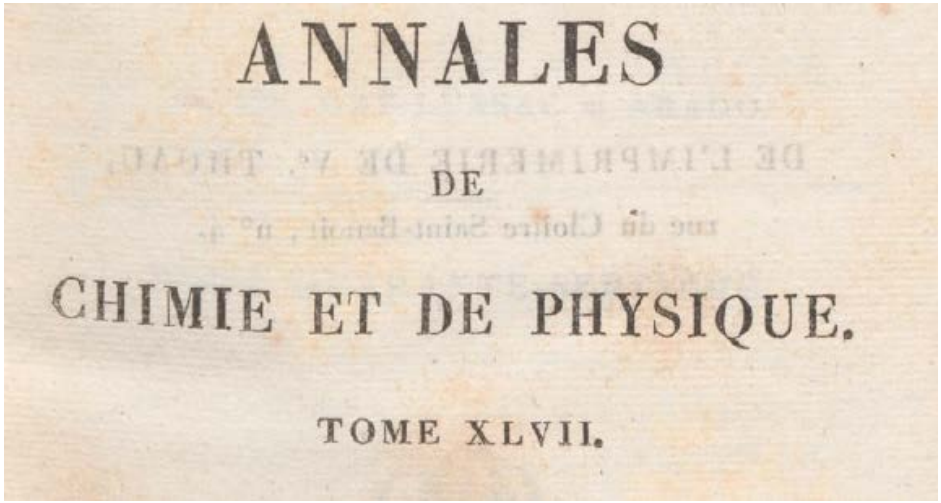
INSA INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES ROUEN NORMANDIE

LMN Laboratoire de Mécanique de Normandie

Modélisation du changement de phase thermique

Photo: Courrier Australien, http://www.lecourrieraustralien.com/un-iceberg-apercu-au-large-de-macquarie-island/

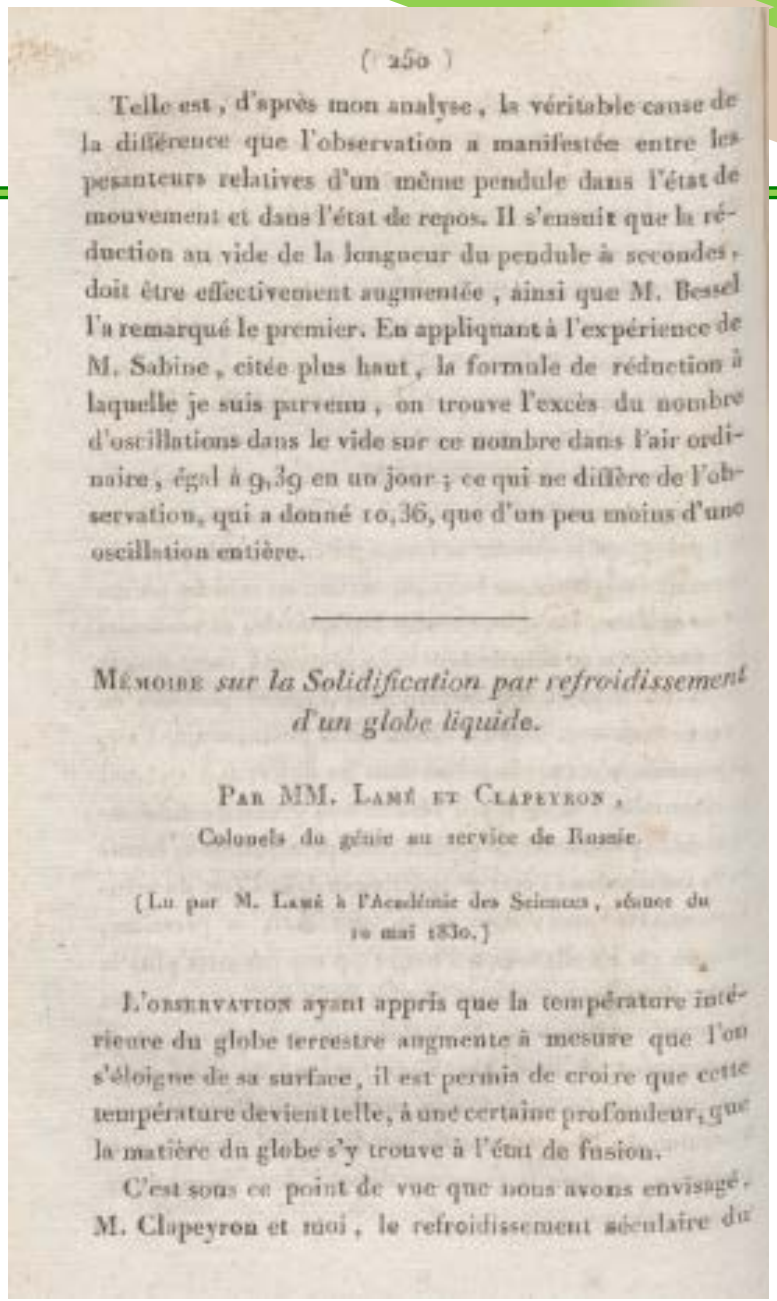
G. *Lamé* and *B. P. Clapeyron*, *Mémoire* sur la *solidification* par *refroidissement d'un globe* solide, *Ann. Chem. Phys.*, *47* (*1831*), *pp. 250–256*


ANNALES

DE

CHIMIE ET DE PHYSIQUE.

TOME XLVII.


(250)

Telle est, d'après mon analyse, la véritable cause de la différence que l'observation a manifestée entre les pesanteurs relatives d'un même pendule dans l'état de mouvement et dans l'état de repos. Il s'ensuit que la réduction au vide de la longueur du pendule à secondes doit être effectivement augmentée, ainsi que M. Bessel l'a remarqué le premier. En appliquant à l'expérience de M. Sabine, citée plus haut, la formule de réduction à laquelle je suis parvenu, on trouve l'excès du nombre d'oscillations dans le vide sur ce nombre dans l'air ordinaire, égal à 9,39 en un jour; ce qui ne diffère de l'observation, qui a donné 10,36, que d'un peu moins d'une oscillation entière.

MÉMOIRE *sur la Solidification par refroidissement d'un globe liquide.*

PAR MM. LAMÉ ET CLAPEYRON,

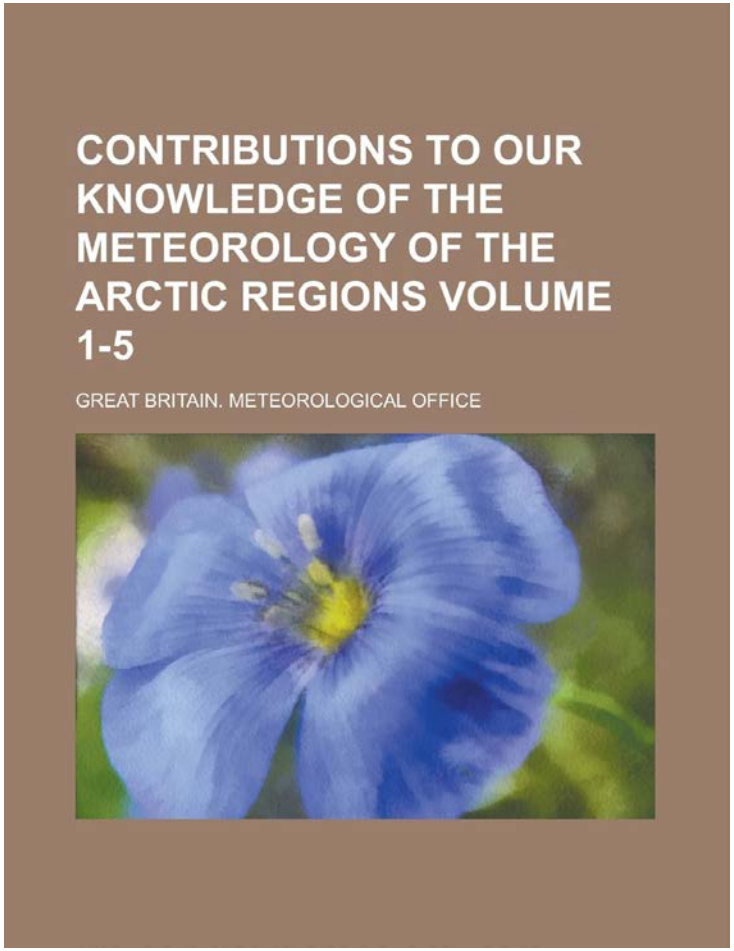
Colonels du génie au service de Russie.

(Lu par M. Lamé à l'Académie des Sciences, séance du 10 mai 1830.)

L'OBSERVATION ayant appris que la température intérieure du globe terrestre augmente à mesure que l'on s'éloigne de sa surface, il est permis de croire que cette température devient telle, à une certaine profondeur, que la matière du globe s'y trouve à l'état de fusion.

C'est sous ce point de vue que nous avons envisagé, M. Clapeyron et moi, le refroidissement séculaire du

Strachan M.
Contributions to Our Knowledge of the Meteorology of the Arctic Regions
. Authority of the Meteorology: London; Part I (1879), Part II (1880), Part III (1882), Part IV (1885), Part V (1888).



©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Stefan, Johan. 1891. "*Über die Theorie der Eisbildung im Polarmeere*." Annals of Physics and. Chemistrie, 269–281

Sur la théorie de la formation de glace dans les mers polaires

Problème de Stefan

Über die Theorie der Eisbildung, insbesondere über die Eisbildung im Polarmeere

von

J. Stefan,
w. M. k. Akad.

Von mehreren polaren Expeditionen wurden Messungen über das Wachsen des Eises im Laufe des Winters angestellt. In den Contributions to our knowledge of the Meteorology of the arctic regions, vol. I, London 1885, sind solche Beobachtungsreihen mitgetheilt, welche im Gulf of Boothia (1829—32), in der Assistance Bay (1850—51), in Port Bowen (1824—25), in der Balker Bay (1851—52), Cambridge Bay (1852—53), Camden Bay (1853—54), auf den Princess Royal-Inseln (1850—51) und in der Mercy Bay (1851—53) ausgeführt worden sind. Die zweite deutsche Nordpolfahrt in den Jahren 1869—70 hat ebenfalls solche Messungen vorgenommen und die Resultate in dem zweiten Bande ihres Berichtes (Leipzig 1874) veröffentlicht. Der verehrte College Herr J. Hann hatte die Güte, mich auf diese Publicationen aufmerksam zu machen und mir dieselben mitzutheilen.

Die Eisbildung ist ein Vorgang des Wachsthums, dessen Bedingungen genau angegeben werden können. Die Theorie dieses Wachsthums bildet ein Problem der Theorie der Wärmeleitung von besonderer Art. In einer früheren Abhandlung[1] habe ich zuerst eine solche Aufgabe behandelt. Dieselbe bezieht sich auf folgenden Fall.

Es sei eine ausgedehnte Wassermasse gleichförmig auf die Temperatur ihres Gefrierpunktes abgekühlt. Fällt die Temperatur

[1] Sitzungsberichte, XCVIII, Abth. II. a., S. 473.

Eulérien et Lagrangien

Ecriture Lagrangienne : on considère une configuration de référence et toutes les équations sont écrites sur cette configuration -> souvent utilisée en Mécanique des Solides

Ecriture Eulérienne : on écrit les équations sur la configuration actuelle du système (qui est inconnue !) -> souvent utilisée en Mécanique des Fluides

Ecriture à peu près équivalente seulement si la géométrie des deux configurations est très proche (« Petits déplacements » ou « Petites Perturbations »)

Eulérien et Lagrangien

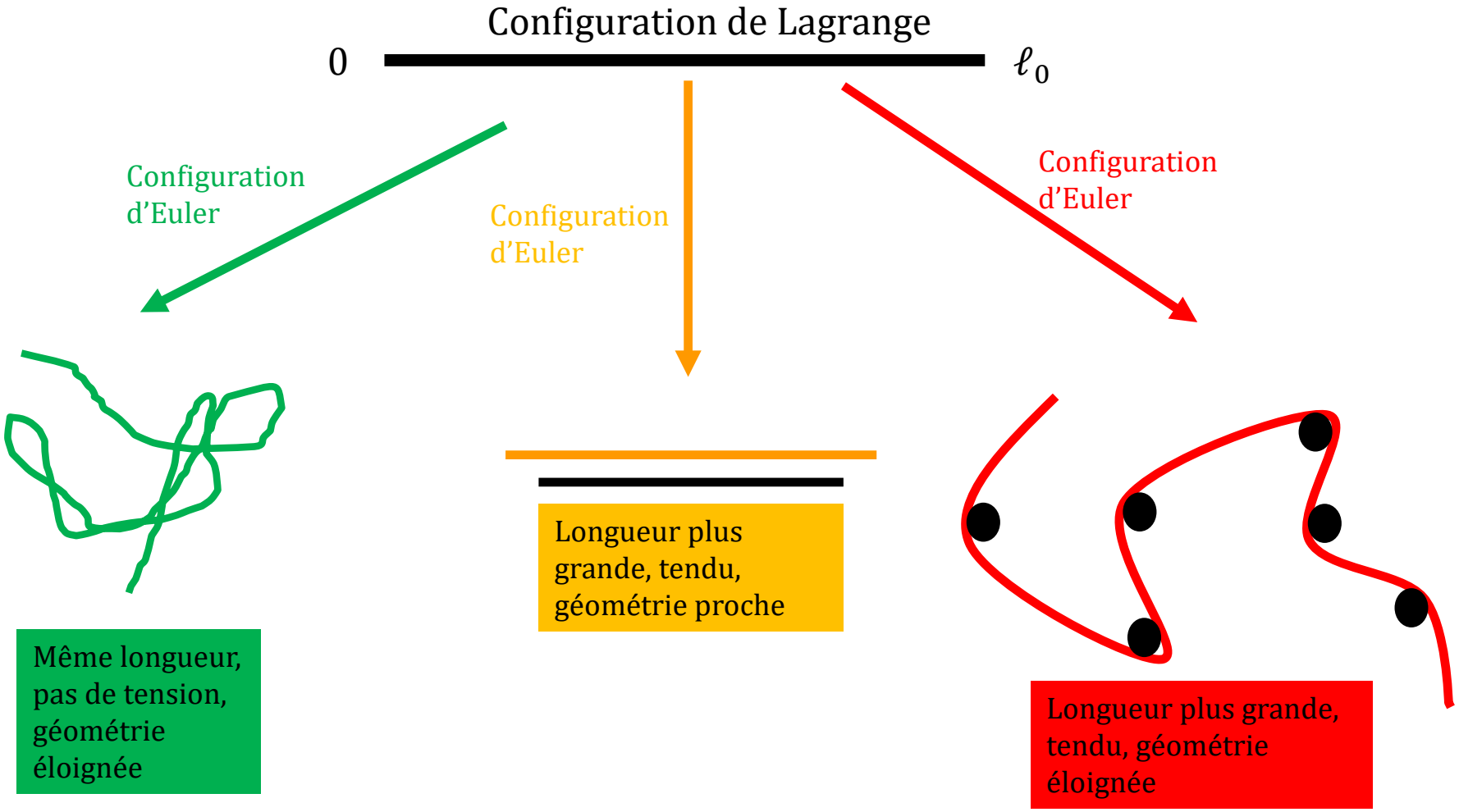
Ne pas confondre « Petits Déplacements » et situation linéaire (par exemple, en Mécanique des Solides : « Petites Déformations »)

Le système peut présenter un comportement non linéaire même en « petits déplacements »

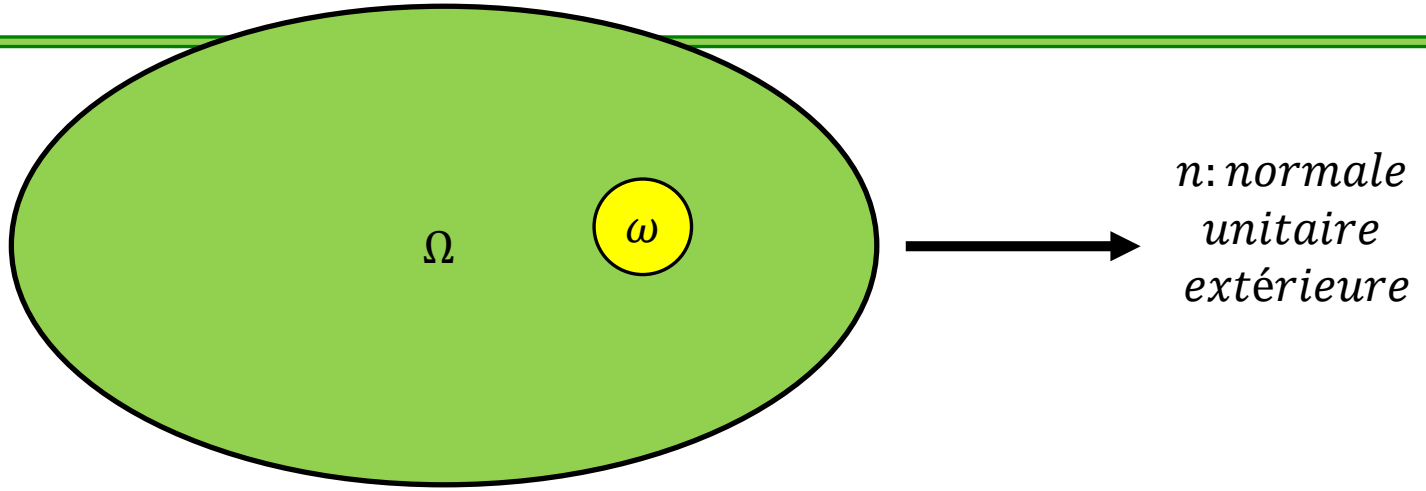
Par exemple: endommagement … ou changement de phase.

Eulérien et Lagrangien

Exemple : un fil élastique



Formule de Leibiniz



Variation de la quantité de densité Q accumulée dans la région ω = variation à l'intérieur + flux à travers la frontière

$$\frac{d}{dt}\int_{\omega} Q\, dV = \int_{\omega} \frac{\partial Q}{\partial t} dV + \int_{\partial\omega} Qv.n\, dS$$

Formule de Green

f : *taux volumique de variation*
ϕ: *densité surfacique de flux*

Ecriture eulérienne

Loi de Conservation

$$\frac{d}{dt}\int_{\omega} Q\,dx = \int_{\omega} f\,dV - \int_{\omega} \phi.n\,dS\,,\forall\omega$$

f : $action\ \ volumique\ de\ variation$
ϕ: $action\ \ surfacique\ de\ flux$

$$\frac{dQ}{dt} - f + div(\phi) = 0\ (eulérien)$$

Conservation de la masse

$$Q = \rho, f = 0, \phi = 0\,, \qquad masse\ volumique$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho v) = 0\ (Eulérien)$$

Théorème de Reynolds

$$\frac{d}{dt}\int_{\omega} \rho Q\, dV = \int_{\omega} \rho \frac{dQ}{dt} dV$$

Lois de conservation

Quantité de mouvement : $Q = \rho v, f: forces\ volumiques, F: forces\ surfaciques$

$$\rho \frac{dv}{dt} = div(\sigma) + f \ , \qquad \sigma n = F, \qquad \sigma: tenseur\ de\ Cauchy$$

Moment cinétique : $Q = \rho v, f: torque\ volumique, F: torque\ surfacique$

$$\sigma = \sigma^t, \qquad \sigma: tenseur\ de\ Cauchy$$

Energie: $Q = \frac{\rho v^2}{2} + \rho e$, e: energie interne

$f: travail\ des\ forces\ mécaniques + apport\ de\ chaleur\ volumique\ \ r,$

$F: travail\ des\ forces\ mécaniques\ +\ \ flux\ de\ chaleur\ q$

$$\rho \frac{de}{dt} = \sigma: D + r - div(q) \qquad D: taux\ de\ déformation$$

Equation de la chaleur

$loi\ de\ Fourier : q = -\lambda \nabla \theta$ λ conductivité thermique

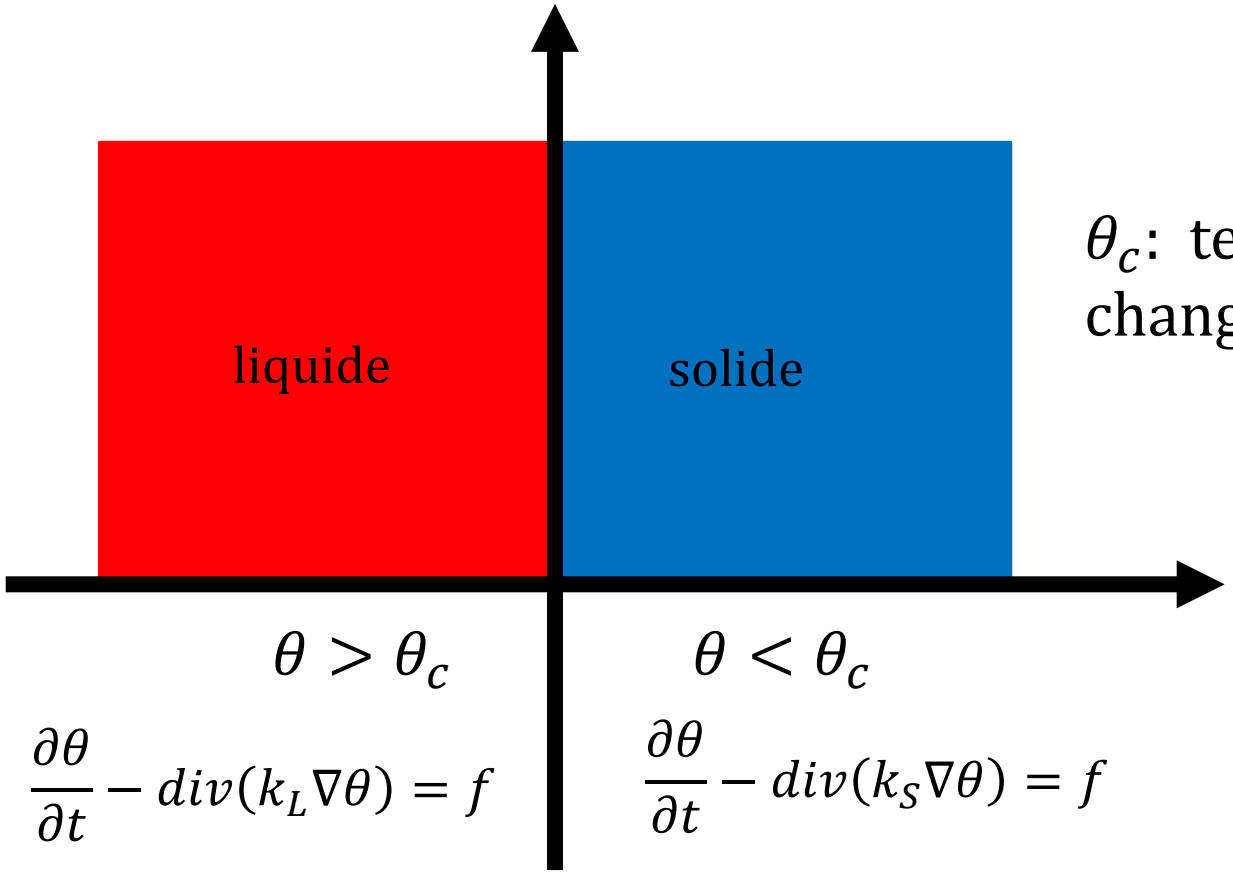
Pas de mouvement : $v = 0$

Energie interne: $e = \rho c \theta$ c capacité calorifique massique

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} - div(k \nabla \theta) = f \quad k = \frac{\lambda}{\rho c}, f = \frac{r}{\rho c}$$

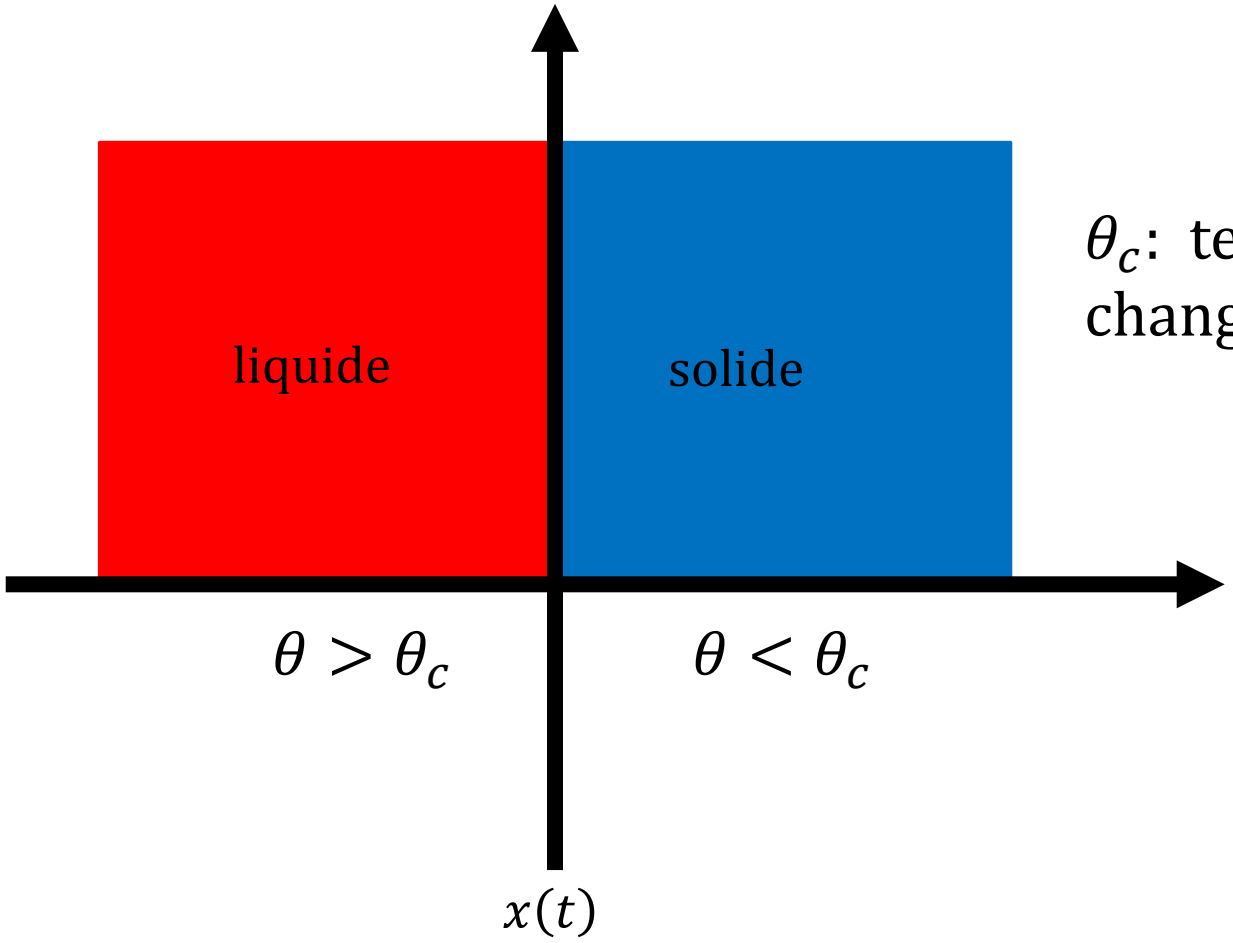
Pas d'apport de chaleur volumique : $f = 0$

Deux phases



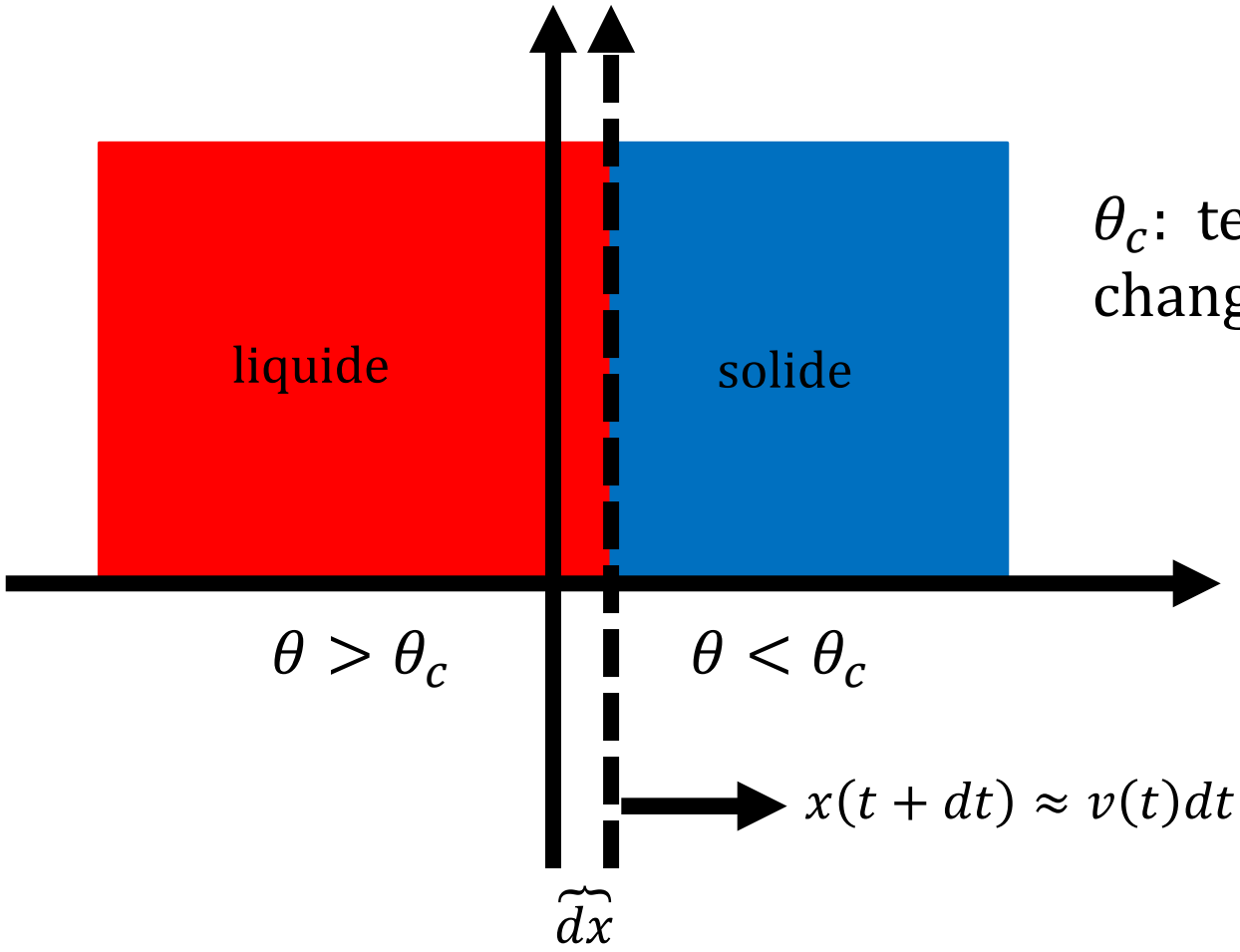
θ_c: température de changement de phase

CONDITION DE STEFAN



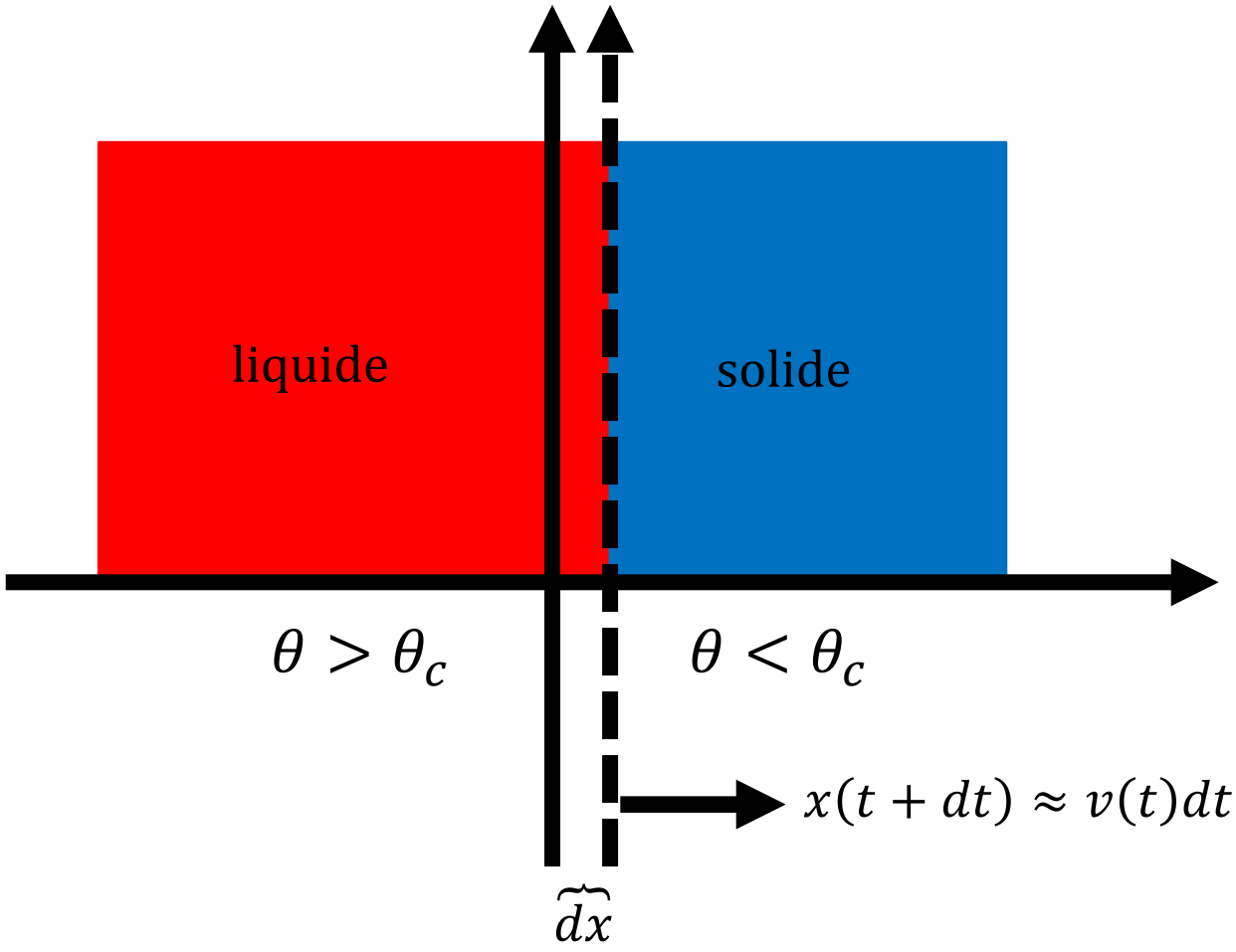
θ_c: température de changement de phase

CONDITION DE STEFAN



θ_c: température de changement de phase

CONDITION DE STEFAN



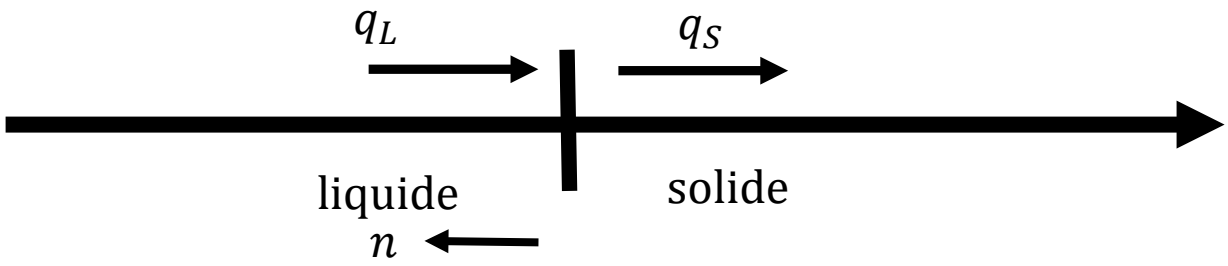
$\delta Q = masse\ volumique \times chaleur\ latente \times volume\ fondu$

$$\delta Q = \rho L S dx$$

CONDITION DE STEFAN

$$\delta Q = masse\ volumique \times chaleur\ latente \times volume\ fondu$$

$$\delta Q = \rho L S dx = \rho L S v dt$$



Conservation de l'énergie: $\delta Q = S(q_S - q_L)dt$

$$-\rho L v.n = [q]$$

v = vitesse de la frontière mobile

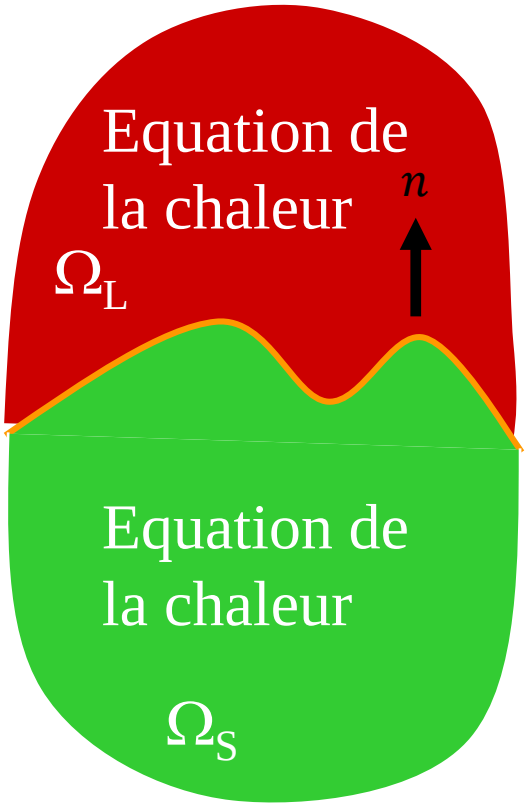
$$[q]_\Sigma = -\alpha v.n$$

id est

$$[\lambda \nabla \theta]_\Sigma = \alpha v.n$$

$$[\lambda_L \nabla \theta_L - \lambda_S \nabla \theta_S]_\Sigma = \alpha v.n$$

Evolution de la frontière mobile



Données Initiales

Condition de Stefan

Conditions aux limites

Problème de Stefan (à deux phases)

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} - div(k_L \nabla \theta) = f \text{ dans } \Omega_L(t)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} - div(k_S \nabla \theta) = f \text{ dans } \Omega_S(t)$$

$$[q]_\Sigma = -\alpha v.n \quad sur \ \Sigma(t)$$

$$\theta(x,0) = \theta_0 \quad dans \ \Omega$$

$$\theta(x,t) = \theta_{\partial\Omega} \quad sur \ \partial\Omega$$

$$\Omega_L(t) = \{x \in \Omega : \theta(x,t) > \theta_c\}$$

$$\Omega_S(t) = \{x \in \Omega : \theta(x,t) < \theta_c\}$$

$$\Sigma(t) = \{x \in \Omega : \theta(x,t) = \theta_c\}$$

Pas d'apport de chaleur volumique : $r = 0$

Si flux frontière : $\frac{\partial \theta}{\partial n}(x,t) = u_{\partial\Omega} \quad sur \ \partial\Omega$

Extensions et difficultés

Extensions:

- Multiphases
- Autres lois de changement de phase (éventuellement non locales)

Difficultés:

- Discontinuité de comportement, discontinuité des équations globales
- Régions $\Omega_S, \Omega_L, \Sigma$ inconnues
- Régions $\Omega_S, \Omega_L, \Sigma$ variant avec le temps
- « Mushy regions » (régions « en bouillie »): Σ *est un volume*
- Valeurs des paramètres et conditions aux limites mal connues
- Variabilité

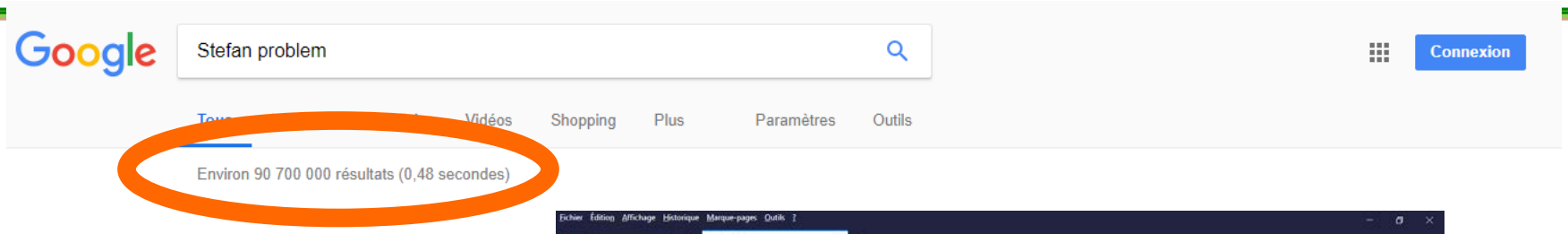
Un problème difficile

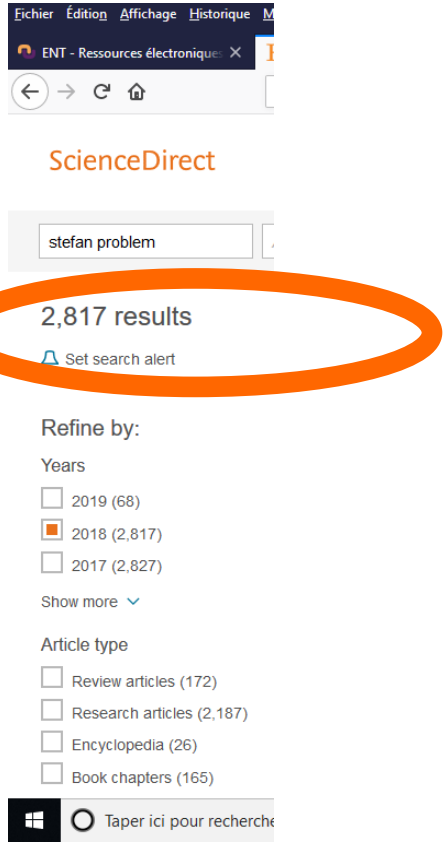
Le problème de Stefan a suscité peu d'intérêt pendant longtemps:

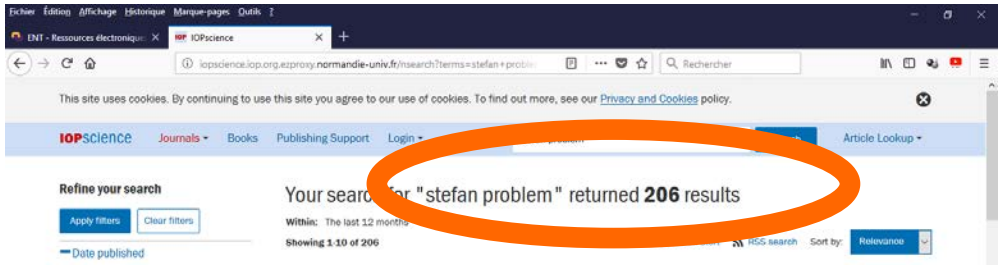
period	1931-40	1941-50	1951-60	1961-70	1971-80	1981-82
average number	0.1	1.8	4	7.8	23.3	55

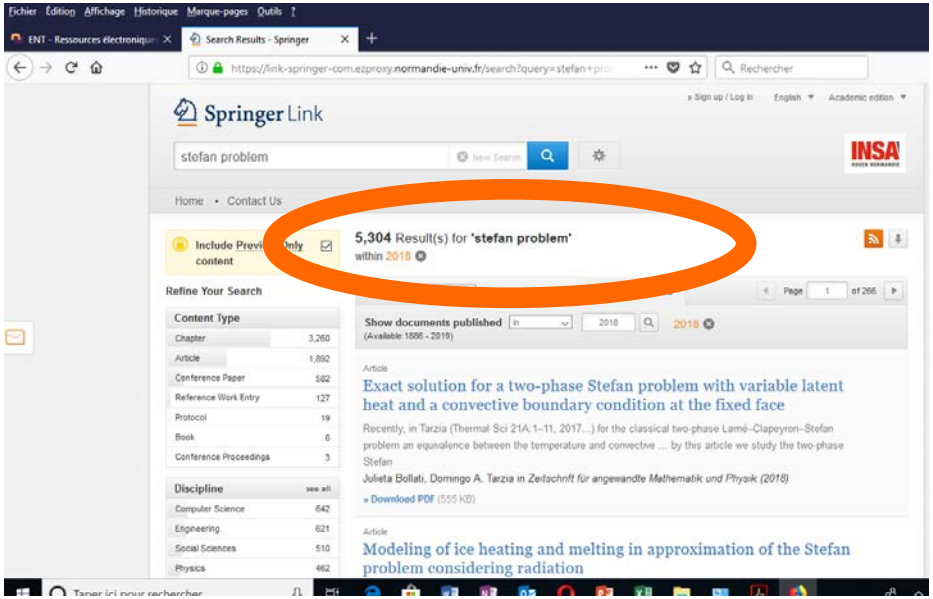
Table 1 The average number of papers per year on the Stefan problem.

Source: Vuik, C. (1993), "Some historical notes about the Stefan problem", Nieuw Archief voor Wiskunde, 4e serie, 11 (2): 157–167


Google
Stefan problem
Connexion
Vidéos
Shopping
Plus
Paramètres
Outils
Environ 90 700 000 résultats (0,48 secondes)


Fichier Édition Affichage Historique
ENT - Ressources électroniques
ScienceDirect
stefan problem
2,817 results
Set search alert
Refine by:
Years
2019 (68)
2018 (2,817)
2017 (2,827)
Show more
Article type
Review articles (172)
Research articles (2,187)
Encyclopedia (26)
Book chapters (165)
Taper ici pour recherche


IOPscience
Journals
Books
Publishing Support
Login
Article Lookup
This site uses cookies. By continuing to use this site you agree to our use of cookies. To find out more, see our Privacy and Cookies policy.
Refine your search
Apply filters
Clear filters
Date published
Your search for "stefan problem" returned 206 results
Showing 1-10 of 206
Sort by:
Relevance

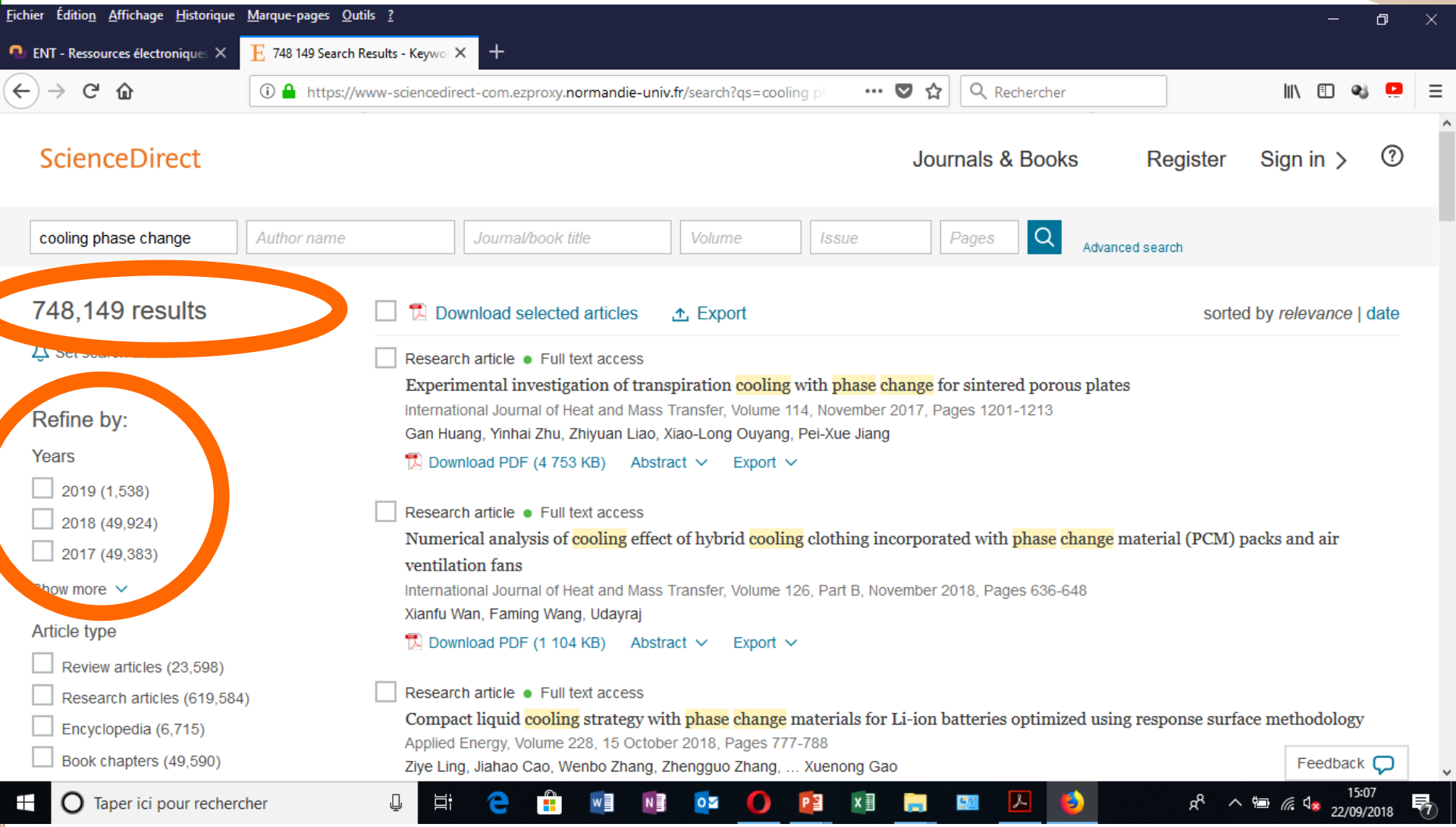

Springer Link
stefan problem
INSA
Home • Contact Us
5,304 Result(s) for 'stefan problem'
within 2018
Refine Your Search
Content Type
Chapter 3,260
Article 1,892
Conference Paper 582
Reference Work Entry 127
Protocol 19
Book 6
Conference Proceedings 3
Discipline
Computer Science 642
Engineering 621
Social Sciences 510
Physics 462
Show documents published
Article
Exact solution for a two-phase Stefan problem with variable latent heat and a convective boundary condition at the fixed face
Julieta Bollati, Domingo A. Tarzia in Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik (2018)
» Download PDF (555 KB)
Article
Modeling of ice heating and melting in approximation of the Stefan problem considering radiation

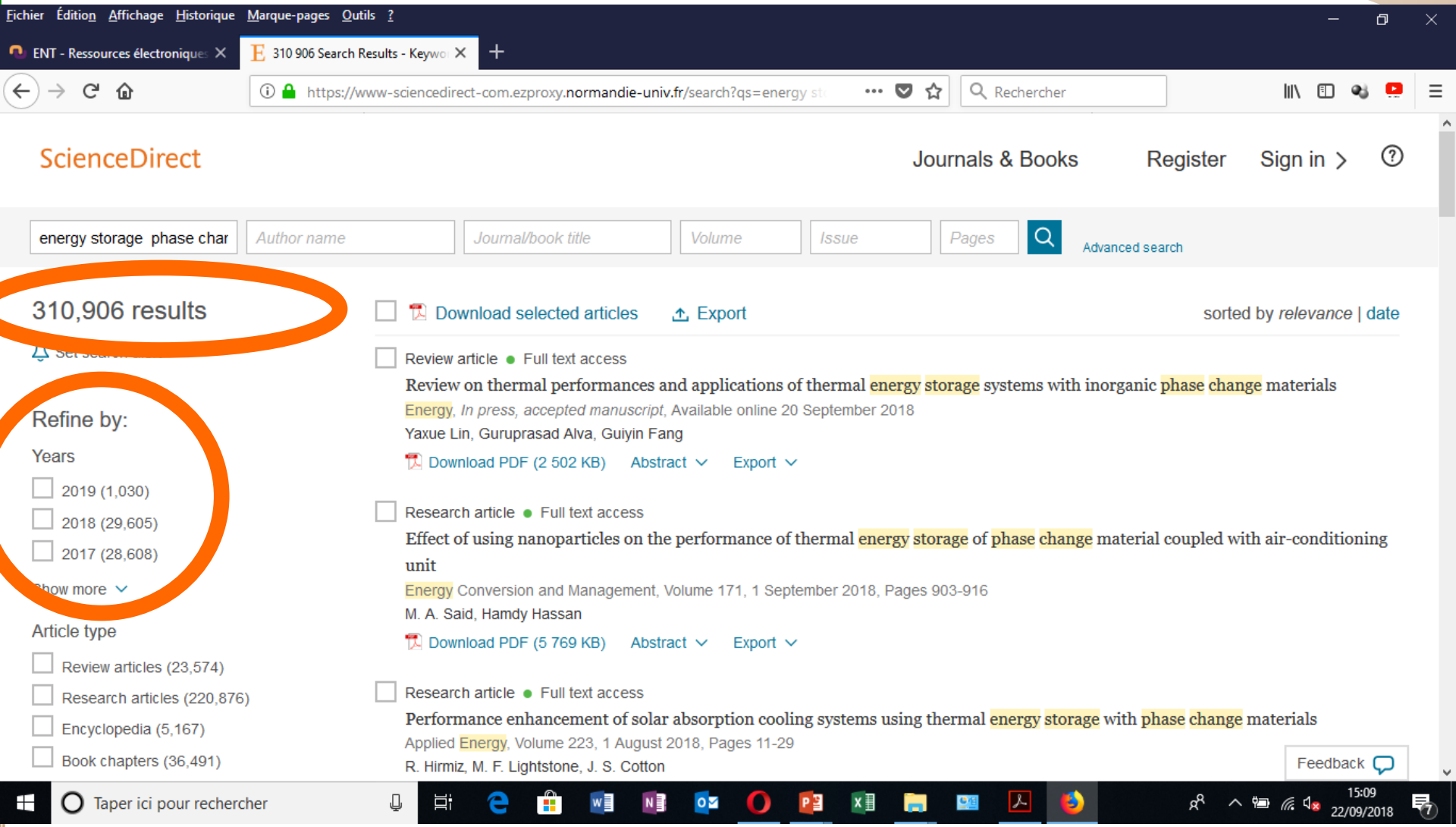
Regain d'intérêt:

Phase 1 (1970/1980)
- Redécouverte des méthodes variationnelles
- Techniques d'inéquations variationnelles
- Techniques de régularisation

Phase 2 (1990/2000)
- Développement de codes
- Intégration des situations « standard » dans des codes

Phase 3 (actuelle)
- Stockage d'énergie par changement de phase
- Refroidissement par changement de phase


Fichier Édition Affichage Historique Marque-pages Outils ?
ENT - Ressources électroniques
748 149 Search Results - Keywo
https://www-sciencedirect-com.ezproxy.normandie-univ.fr/search?qs=cooling pl
Rechercher
ScienceDirect
Journals & Books
Register
Sign in
cooling phase change
Author name
Journal/book title
Volume
Issue
Pages
Advanced search
748,149 results
Download selected articles
Export
sorted by relevance | date
Refine by:
Years
2019 (1,538)
2018 (49,924)
2017 (49,383)
Show more
Article type
Review articles (23,598)
Research articles (619,584)
Encyclopedia (6,715)
Book chapters (49,590)
Research article • Full text access
Experimental investigation of transpiration cooling with phase change for sintered porous plates
International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 114, November 2017, Pages 1201-1213
Gan Huang, Yinhai Zhu, Zhiyuan Liao, Xiao-Long Ouyang, Pei-Xue Jiang
Download PDF (4 753 KB) Abstract Export
Research article • Full text access
Numerical analysis of cooling effect of hybrid cooling clothing incorporated with phase change material (PCM) packs and air ventilation fans
International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 126, Part B, November 2018, Pages 636-648
Xianfu Wan, Faming Wang, Udayraj
Download PDF (1 104 KB) Abstract Export
Research article • Full text access
Compact liquid cooling strategy with phase change materials for Li-ion batteries optimized using response surface methodology
Applied Energy, Volume 228, 15 October 2018, Pages 777-788
Ziye Ling, Jiahao Cao, Wenbo Zhang, Zhengguo Zhang, ... Xuenong Gao
Feedback
Taper ici pour rechercher
15:07
22/09/2018


Fichier Édition Affichage Historique Marque-pages Outils ?
ENT - Ressources électroniques
310 906 Search Results - Keywo
https://www-sciencedirect-com.ezproxy.normandie-univ.fr/search?qs=energy st
Rechercher
ScienceDirect
Journals & Books
Register
Sign in
energy storage phase char
Author name
Journal/book title
Volume
Issue
Pages
Advanced search
310,906 results
Download selected articles
Export
sorted by relevance | date
Refine by:
Years
2019 (1,030)
2018 (29,605)
2017 (28,608)
Show more
Article type
Review articles (23,574)
Research articles (220,876)
Encyclopedia (5,167)
Book chapters (36,491)
Review article • Full text access
Review on thermal performances and applications of thermal energy storage systems with inorganic phase change materials
Energy, In press, accepted manuscript, Available online 20 September 2018
Yaxue Lin, Guruprasad Alva, Guiyin Fang
Download PDF (2 502 KB) Abstract Export
Research article • Full text access
Effect of using nanoparticles on the performance of thermal energy storage of phase change material coupled with air-conditioning unit
Energy Conversion and Management, Volume 171, 1 September 2018, Pages 903-916
M. A. Said, Hamdy Hassan
Download PDF (5 769 KB) Abstract Export
Research article • Full text access
Performance enhancement of solar absorption cooling systems using thermal energy storage with phase change materials
Applied Energy, Volume 223, 1 August 2018, Pages 11-29
R. Hirmiz, M. F. Lightstone, J. S. Cotton
Feedback
Taper ici pour rechercher
15:09
22/09/2018

Problème de Stefan à une phase

Simplification où une des deux phases se trouve « en bouillie ». Par exemple: $\theta = \theta_c$ *dans toute la phase liquide*

[S2] *Saguez, C. – Contrôle optimal de systèmes à frontière libre*, Thèse d'État, Université Technologie de Compiègne, 1980.

[SL] *Saguez, C. & Larrec, Q. – Contrôle de systèmes à frontière libre, Applications à la coulée continue d'acier*, 4ème Colloque Int. sur les Meth. Cal., I.R.I.A., Versailles, 1979.

[Ch] *Chipot, M. – Variational Inequalities and Flow in Porous Media*, Springer-Verlag, Berlin and New York, 1984.

[CR] *Chipot, M. & Rodrigues, J.F. – On the Steady-State Continuous Casting Stefan Problem with Non-Linear Cooling*, Quart. Appl. Math. 40 (1983), 476–491.

Source : J. F. Rodrigues, The Stefan problem revisited, in Mathematical Models for Phase Change Problems, J. F. Rodrigues (ed.) Birkhauser (1989)

Problème de Stefan à une phase

Ecriture d'une inéquation variationnelle:

- Graphe maximal monotone
- Transformation de Kirchhof $K(\theta) = \int_{\theta_0}^{\theta(x,t)} k(s)ds$
- Transformation de Baiochi : $u = \int_0^t \theta(x,t)dt$
- Enthalpie

$$v \in C : \left(\frac{\partial u}{\partial t}, v-u\right) + a(u, v-u) \geq (f, v-u), \forall\, v \in C$$

A VARIATIONAL INEQUALITY ASSOCIATED WITH A STEFAN PROBLEM
SIMULATION AND CONTROL

C. Saguez
IRIA-LABORIA
Domaine de Voluceau
78150 Le Chesnay

Abstract.

We study the simulation and the control of a Stefan problem with heat source along the free boundary. Such a problem can be associated with the continuous casting process taking the convection in the liquid into account. The initial problem is transformed into a variational inequality (V.I) in which the free boundary appears explicitly in the second member. We prove the existence of a solution of this V.I and we study some associated optimal control problems. Numerical methods are presented.

Acta Applicandae Mathematicae **8** (1987), 1–35.
© 1987 *by D. Reidel Publishing Company.*

The Variational Inequality Approach to the One-Phase Stefan Problem

JOSÉ-FRANCISCO RODRIGUES
Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais, Av. Prof. Gama Pinto 2, 1699 Lisboa Codex, Portugal

Problème de Stefan à deux phases

Ecriture d'une inéquation variationnelle par les mêmes méthodes

$$v \in C : \left(\frac{\partial u}{\partial t}, v-u\right) + \ a(u, v-u) \geq (f, v-u), \forall\, v \in C$$

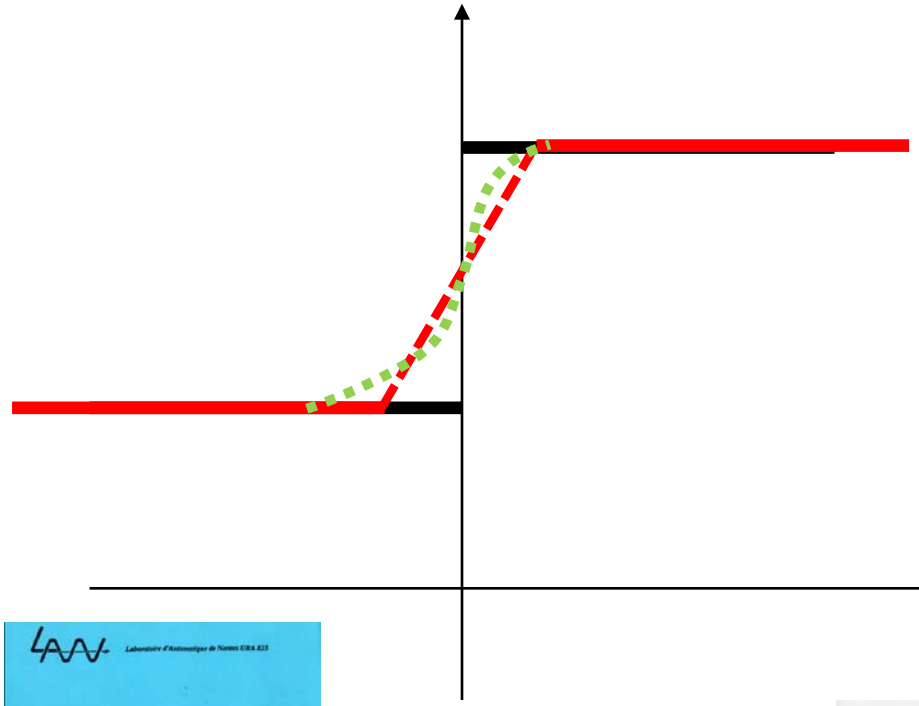
S. Péneau, J. P. Humeau & Y. Jarny (1996)
Front motion and convective heat flux determination in a phase change process,
Inverse Problems in Engineering, 4:1, 53-91,
DOI: 10.1080/174159796088027633

Bollettino U. M. I.
(6) 2-B (1983), 589-603

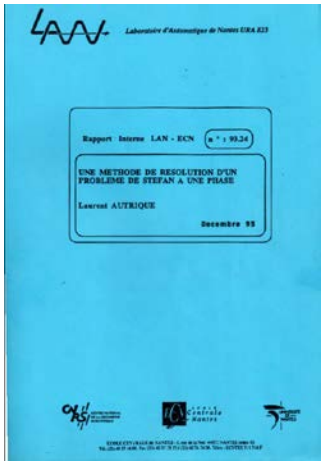
Etude de l'inéquation variationnelle proposée par Duvaut pour le problème de Stefan à deux phases, II.

DOMINGO ALBERTO TARZIA (*)

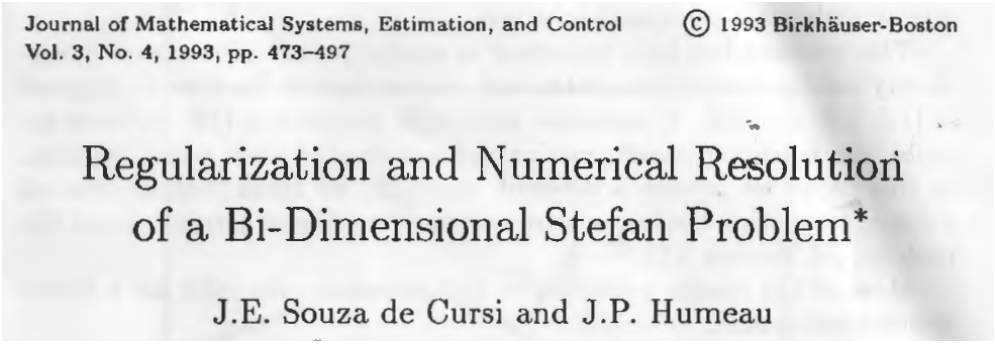
Approche par régularisation



$$k(\theta) = \begin{cases} k_s\,, & si\ \theta < \theta_c - \varepsilon \\ p(\varepsilon)\,, & \theta_c - \varepsilon < \theta < \theta_c + \varepsilon \\ k_L\,, & si\ \theta > \theta_c + \varepsilon \end{cases}$$



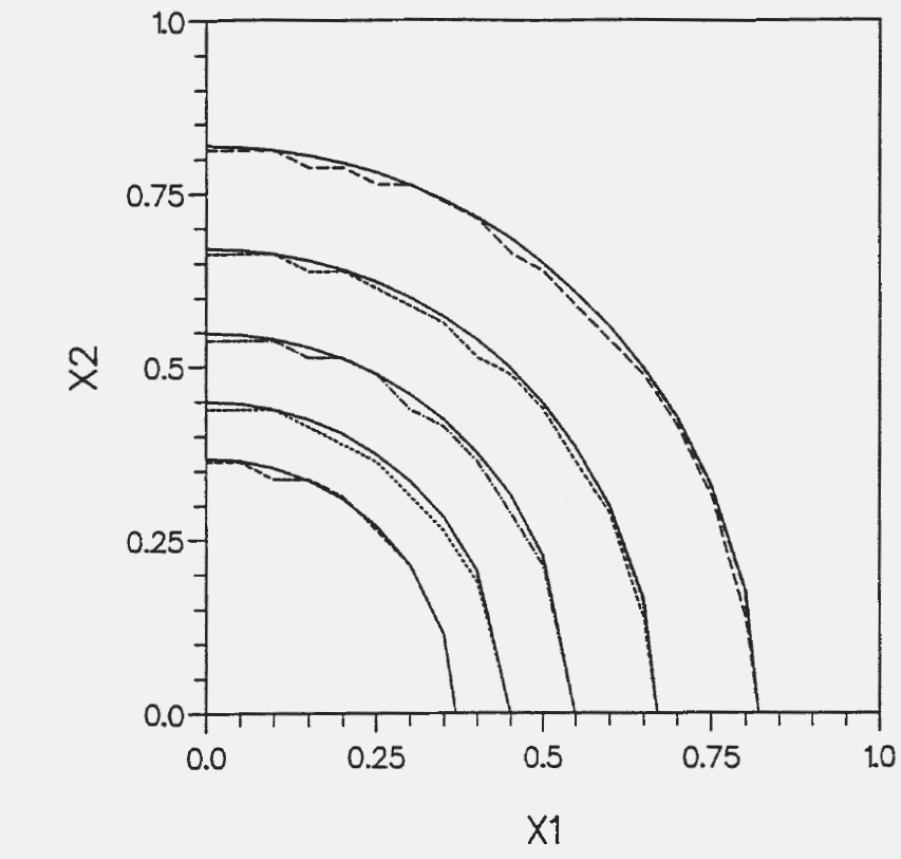
Laurent Autrique, Une méthode de résolution du problème de Stefan à une phase, RR 93.24, Laboratoire d'Automatique de Nantes , 1993

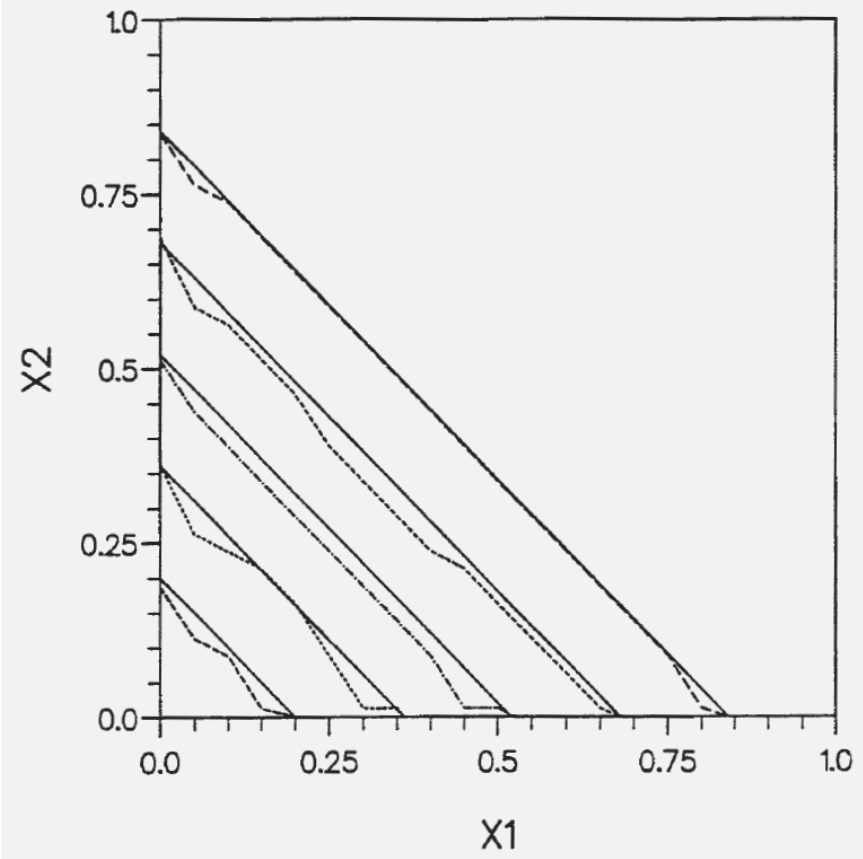


Approche par régularisation

$$
(P_1)\quad
\begin{cases}
\text{Find } \theta \text{ and } Q_L \text{ such that} & \\
\dfrac{\partial \theta}{\partial t} - \operatorname{div}\left(C(\theta)\nabla\theta\right) = 0 & \text{in } Q_L \cup Q_S, \\
\qquad C(\theta) = \begin{cases} c_s & \text{if } \theta < \theta_c, \\ c_l & \text{if } \theta > \theta_c, \end{cases} & \\
\theta(x,0) = \theta_0(x), & x \in \Omega, \\
\theta(x,t) = \theta_{\partial\Omega}(x), & x \in \partial\Omega,\ t \in]0,T[, \\
\theta(x,t) < \theta_c, & (x,t) \in Q_S, \\
\theta(x,t) > \theta_c, & (x,t) \in Q_L, \\
\theta(x,t) = \theta_c, & (x,t) \in \Sigma, \\
\left[C(\theta)\nabla\theta \cdot \vec{n}\right]_{S(t)} = \lambda V \cdot \vec{n}, & x \in S(t),\ t \in]0,T[.
\end{cases}
$$

Exemples de résultats





Approche par régularisation

Thèse de doctorat de Ilham Haggouch (co-encadrement R. Aboulaich & E. Souza de Cursi)

$$\chi_{Q_L}(x,t) = \begin{cases} 1\,, si \;\; x \in \Omega_L(t) \\ 0, \qquad sinon \end{cases}$$

$$(P_2) \begin{cases} \text{Find } \theta \in \mathcal{B} \text{ and } Q_L \subset Q \text{ such that} \\ \dfrac{\partial \theta}{\partial t} - \nabla \cdot (C(\theta) \nabla \theta) = -\lambda \dfrac{\partial}{\partial t} \chi_{Q_L} & \text{in } Q, \\ \theta(x,t) = \theta_{\partial\Omega}(x), & x \in \partial\Omega, \;\; t \in]0,T[, \\ \theta(x,0) = \theta_0(x), & x \in \Omega, \\ \theta(x,t) > \theta_c, & (x,t) \in Q_L, \\ \theta(x,t) < \theta_c, & (x,t) \in Q_S, \\ \theta(x,t) = \theta_c, & (x,t) \in \Sigma. \end{cases}$$

Régularisation simultanée de $k(\theta)$ *et de* χ_{Q_L}

Approche par optimisation de forme

$$\mathcal{J}(\Omega_L) \equiv \mathcal{J}\big(\Omega_L, \theta(\Omega_L)\big)$$
$$= \frac{1}{2}\int_\Omega \chi_{\Omega_S}\left[\left(\theta(\Omega_L) - \theta_c\right)^+\right]^2 \mathrm{d}x + \frac{1}{2}\int_\Omega \chi_{\Omega_L}\left[\left(\theta_c - \theta(\Omega_L)\right)^+\right]^2 \mathrm{d}x. \quad (55)$$

On cherche le minimum de la fonctionnelle

Stéphane Peneau: « Controle optimal et optimisation de forme dans des problemes a frontiere libre. Application a un systeme thermique avec changement de phase « (Doctorat, 1995, Nantes)

Ilham Haggouch: "Resolution d'un problème de Stefan à deux phases par la methode d'optimisation de forme" (Doctorat, 1997, Maroc)

SD06 **Affordable domain optimization methods for a Stefan's model of phase change systems.** 183
A.R. ABOULAICH, I. HAGGOUCH, A. SOUISSI - Université Mohamed V, Rabat, Maroc.J.E. SOUZA DE CURSI - INSA de Rouen, France

Advanced Concepts and Techniques in Thermal Modelling

Proceedings of the Eurotherm Seminar 53
October 8-10, 1997, Mons, Belgium

Exemple de résultat

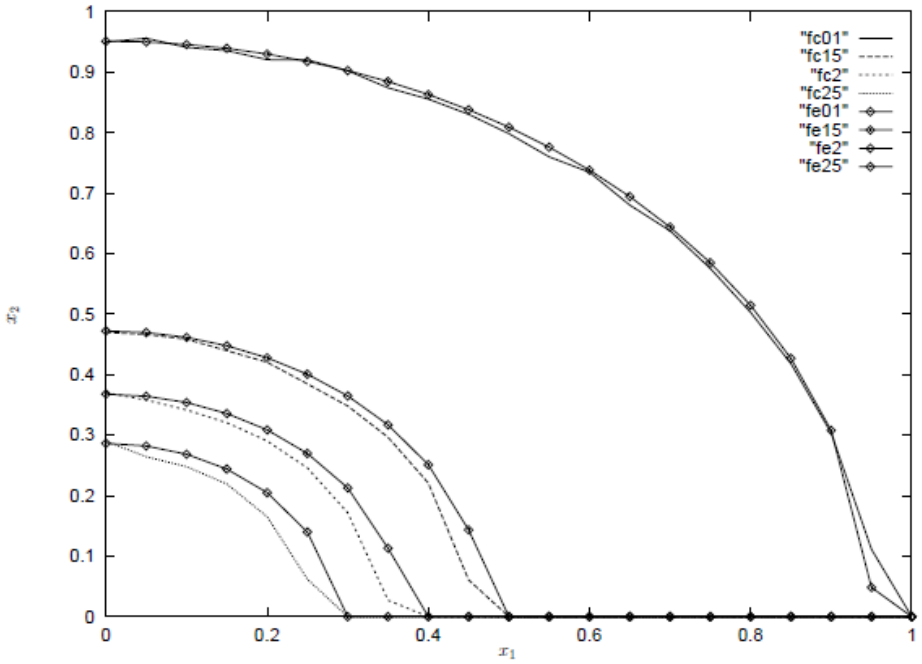


Fig. 7. Computed and exact positions of the free boundary for the mesh 20×50 and the coefficient $\omega = 20$.

Approche par équation algébrique

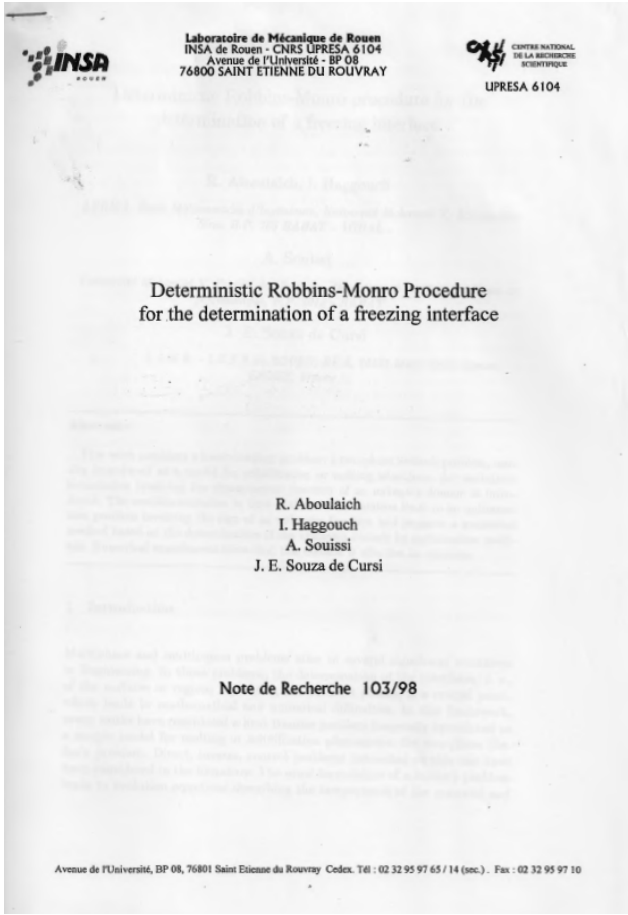
On considère une nouvelle inconnue : la région solide (ou la région liquide).

Par exemple, on peut poser comme inconnue :

$$\varphi(x,t) = \begin{cases} 1\,, si\ \ x \in \Omega_s(t) \\ 0, \qquad si\ x \in \Sigma(t) \\ -1\,, si\ x \in \Omega_L(t) \end{cases}$$

$$\psi(\theta) = \begin{cases} 1\,, si\ \ \theta > \theta_c \\ 0, \qquad si\ \theta = \theta_c \\ -1\,, si\ \theta < \theta_c \end{cases}$$

$$\phi(x,t) - \psi\big(\theta(x,t)\big) = 0$$



Laboratoire de Mécanique de Rouen
INSA de Rouen - CNRS UPRESA 6104
Avenue de l'Université - BP 08
76800 SAINT ETIENNE DU ROUVRAY

UPRESA 6104

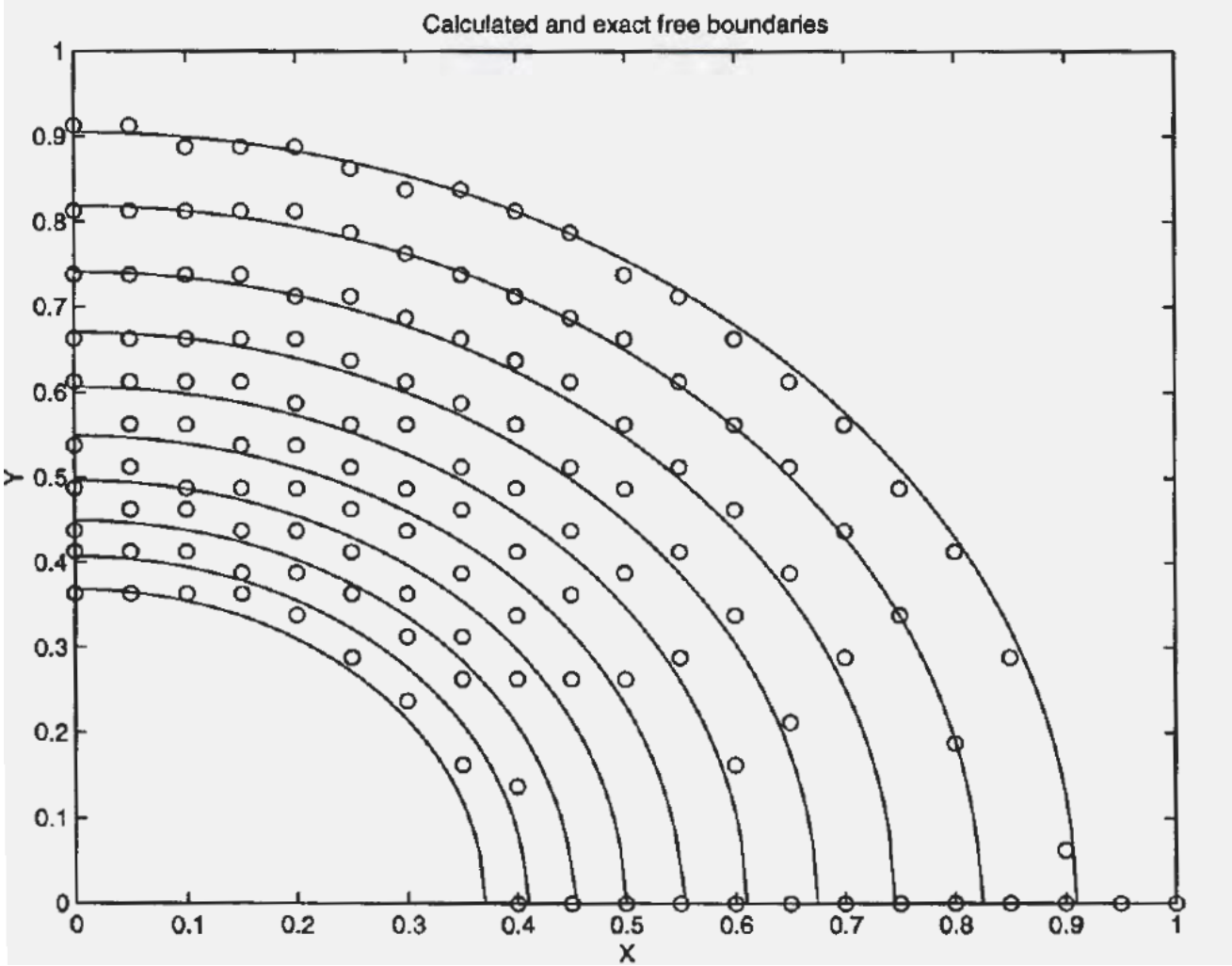
Deterministic Robbins-Monro Procedure
for the determination of a freezing interface

R. Aboulaich
I. Haggouch
A. Souissi
J. E. Souza de Cursi

Note de Recherche 103/98

Avenue de l'Université, BP 08, 76801 Saint Etienne du Rouvray Cedex. Tél : 02 32 95 97 65 / 14 (sec.). Fax : 02 32 95 97 10

Exemple de résultat



Suivi de front

A partir de la théorie des diffusions stochastiques (Calcul d'Ito)

Caractériser u(x,t) comme étant la moyenne d'une variable aléatoire Y à l'aide d'un processus de diffusion stochastique

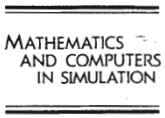
Générer un échantillon de Y par des techniques de simulations

Estimer u(x,t) en calculant la moyenne de l'échantillon

Méthode sans discrétisation spatiale ou temporelle: on détermine u(x,t) directement. Calculs indépendants pour des points ou instants différents

ELSEVIER

Mathematics and Computers in Simulation 36 (1994) 1–16

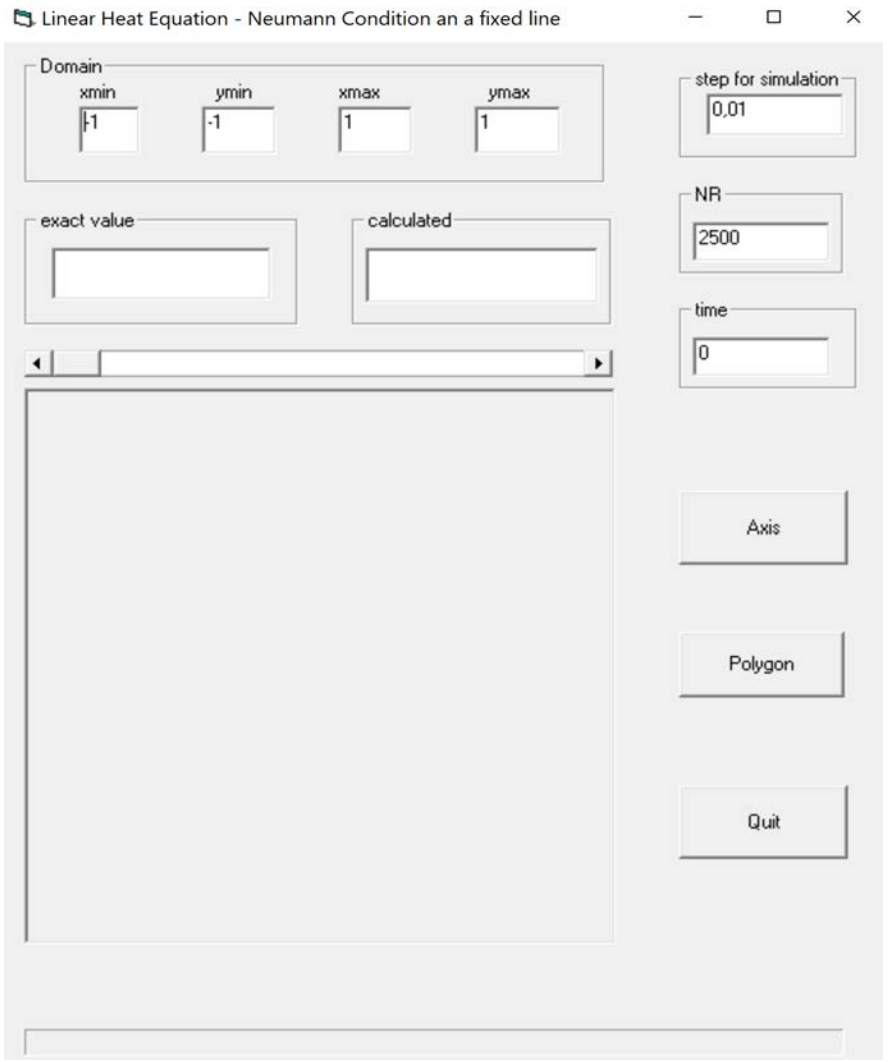


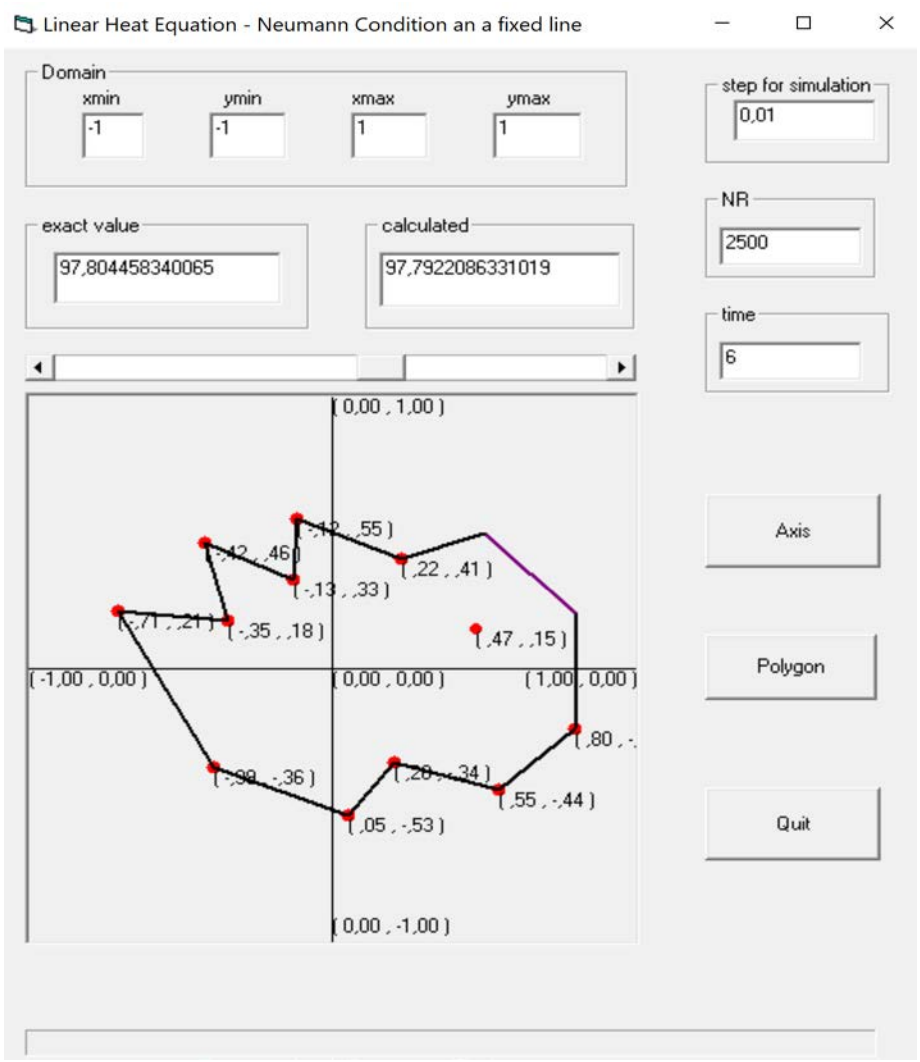
chal2ctela.exe

Numerical methods for linear boundary value problems based on Feyman–Kac representations

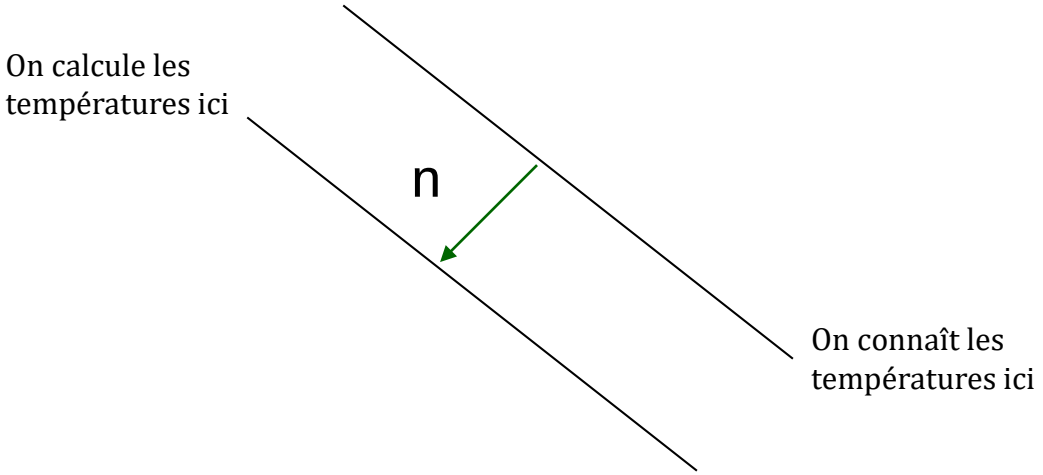
J.E. Souza de Cursi

INSA de Rouen, Institut de Mecanique de Rouen, Place Emile Blondel, BP8, 76131 Mont Saint Aignan Cedex, France

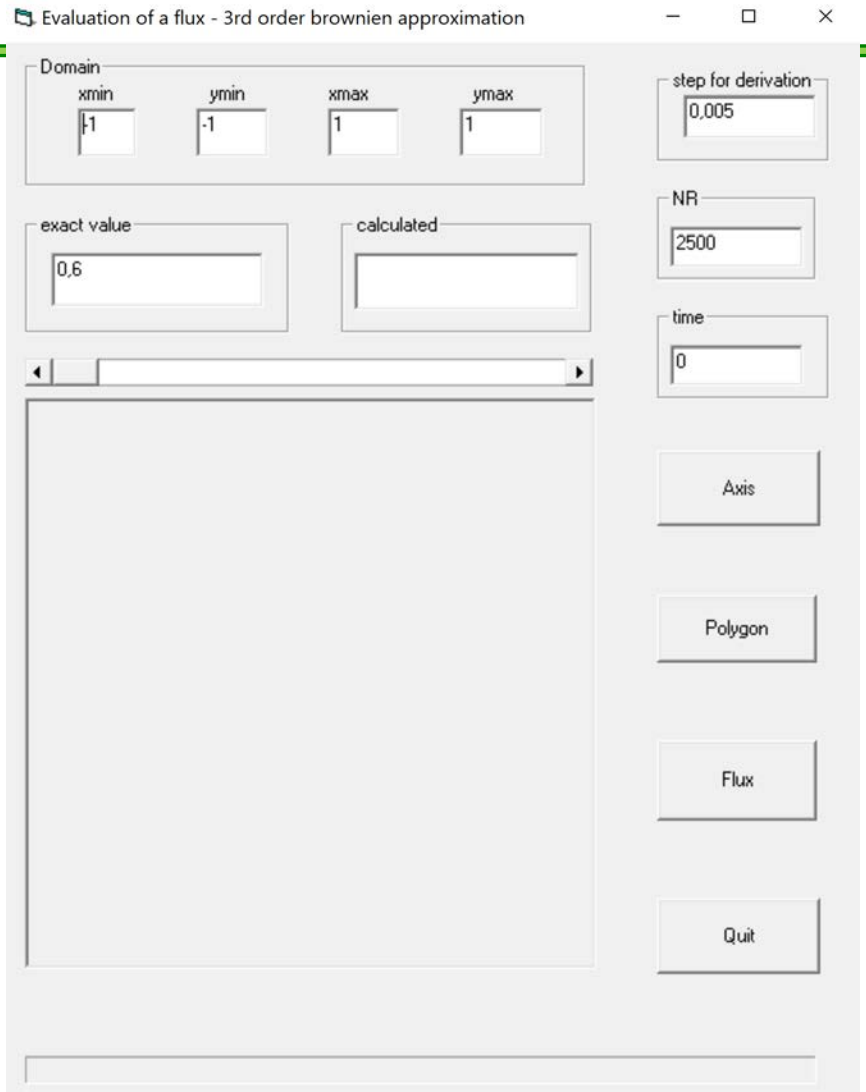

Linear Heat Equation - Neumann Condition an a fixed line
Domain
xmin
ymin
xmax
ymax
-1
-1
1
1
step for simulation
0,01
NR
2500
exact value
calculated
time
0
Axis
Polygon
Quit

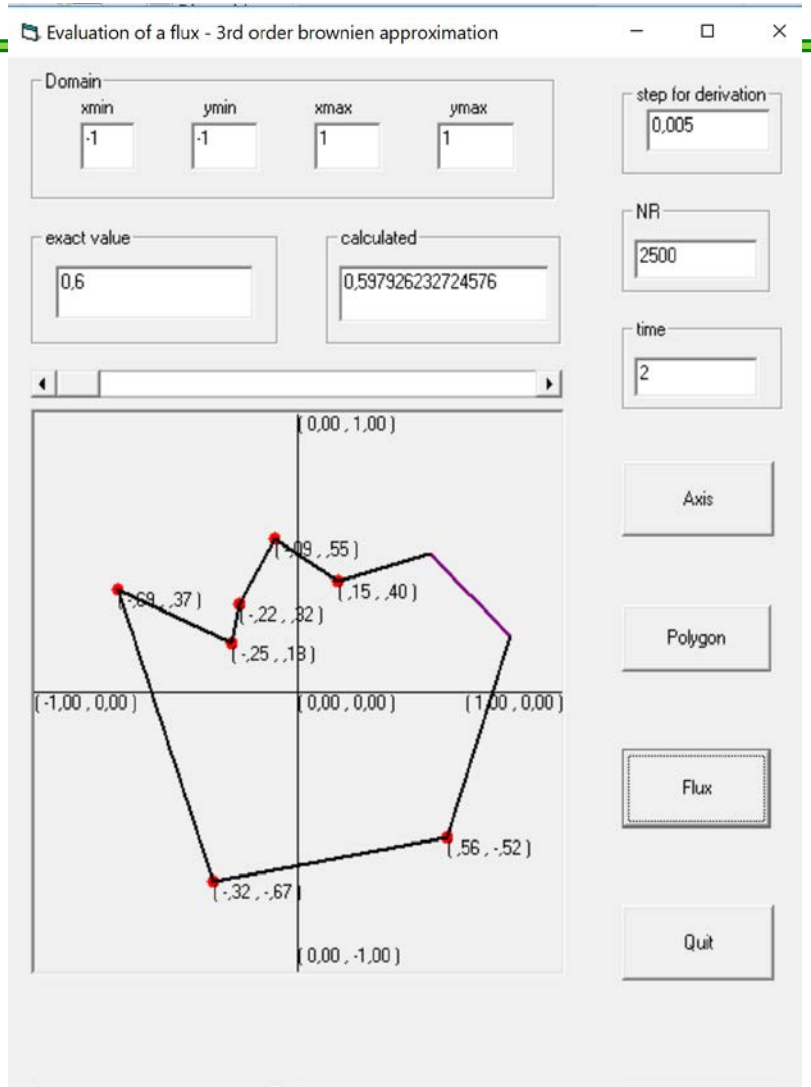

Linear Heat Equation - Neumann Condition an a fixed line
Domain
xmin
ymin
xmax
ymax
-1
-1
1
1
step for simulation
0,01
NR
2500
exact value
97,804458340065
calculated
97,7922086331019
time
6
Axis
Polygon
Quit
(0,00 , 1,00)
(-1,00 , 0,00)
(0,00 , 0,00)
(1,00 , 0,00)
(0,00 , -1,00)

Evaluation du flux sur une ligne.



flux2ctela.exe


Evaluation of a flux - 3rd order brownien approximation
Domain
xmin
ymin
xmax
ymax
-1
-1
1
1
step for derivation
0,005
NR
2500
time
0
exact value
0,6
calculated
Axis
Polygon
Flux
Quit


Evaluation of a flux - 3rd order brownien approximation
Domain
xmin
ymin
xmax
ymax
-1
-1
1
1
step for derivation
0,005
NR
2500
time
2
exact value
0,6
calculated
0,597926232724576
Axis
Polygon
Flux
Quit
(0,00 , 1,00)
(,09 , ,55)
(,15 , ,40)
(,69 , ,37)
(-,22 , ,32)
(-,25 , ,13)
(-1,00 , 0,00)
(0,00 , 0,00)
(1,00 , 0,00)
(,56 , -,52)
(-,32 , -,67)
(0,00 , -1,00)

Suivi de front

$$\text{sign}(\phi^k_\varepsilon) = \text{sign}(\theta^k_\varepsilon - \theta_c)$$

$$\frac{\partial \theta_\varepsilon^{k+1}}{\partial t} - \text{div}(c_\varepsilon(\phi_\varepsilon^k)\nabla\theta_\varepsilon^{k+1}) = -\lambda \frac{\partial}{\partial t}\left(\chi_\varepsilon(\phi_\varepsilon^k)\right) \text{ on } \Omega$$

Procédure Itérative

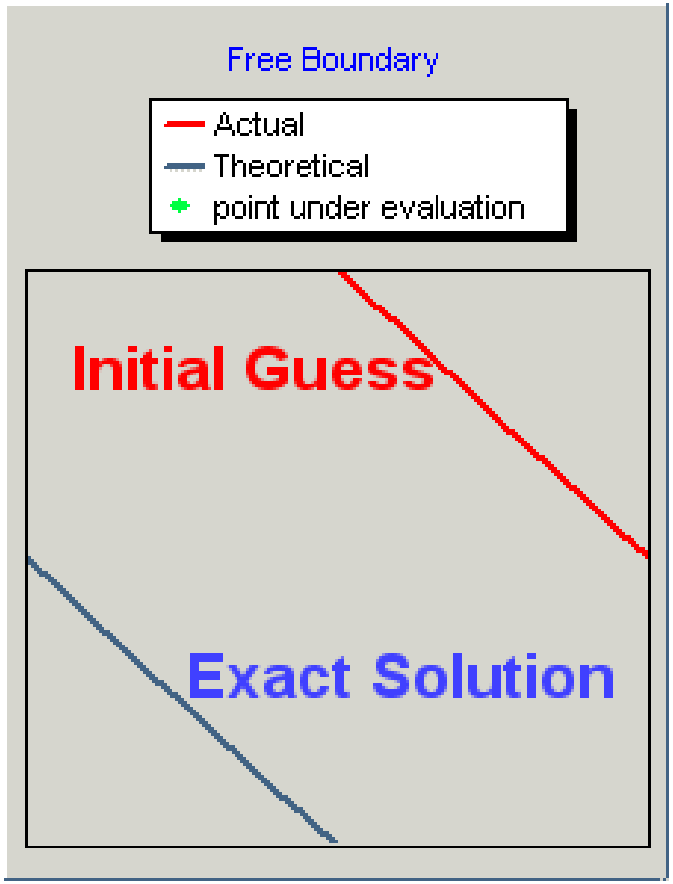
Suivi de front

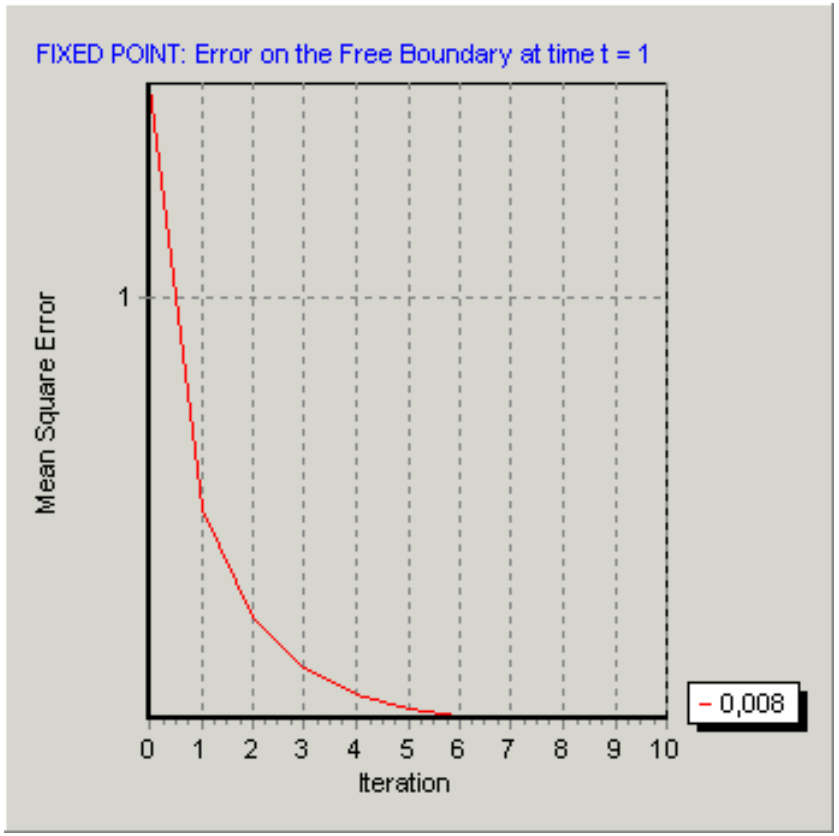
$$d\mathbf{X}_t = (2c(\mathbf{X}_t,t))^{1/2}\, d\mathbf{W}_t \;\; ; \; dS_t = -(1+\lambda\chi'(\mathbf{X}_t,t))\, dt$$

$$\mathbf{X}_0 = \mathbf{x} \quad ; \; S_0 = s$$

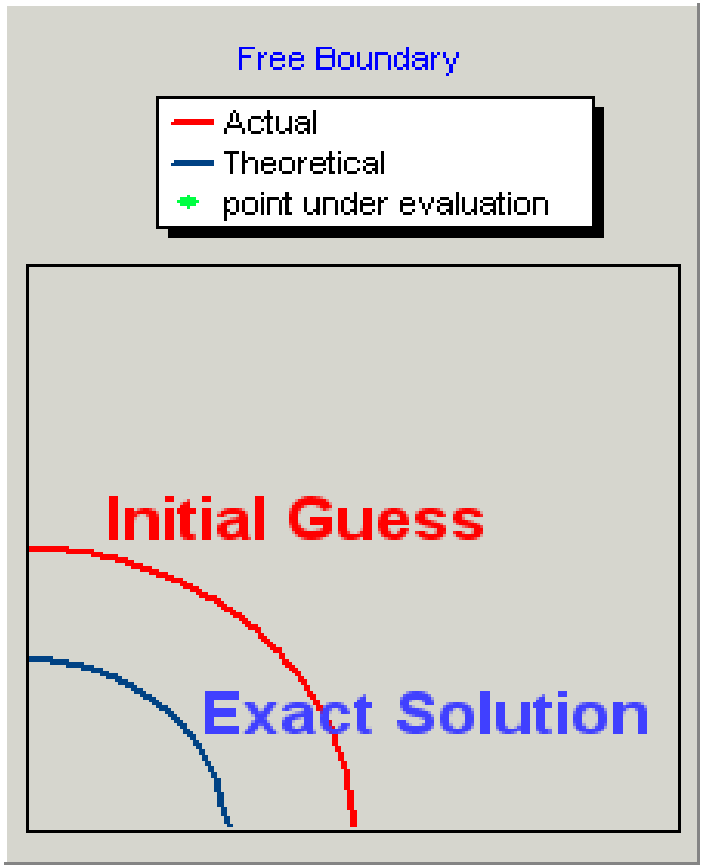
$$\theta(\mathbf{x},s) = \mathrm{E}\left(\theta(\mathbf{X}_\tau, S_\tau) + \int_0^\tau f(\mathbf{X}_t, S_t)\, dt \right)$$

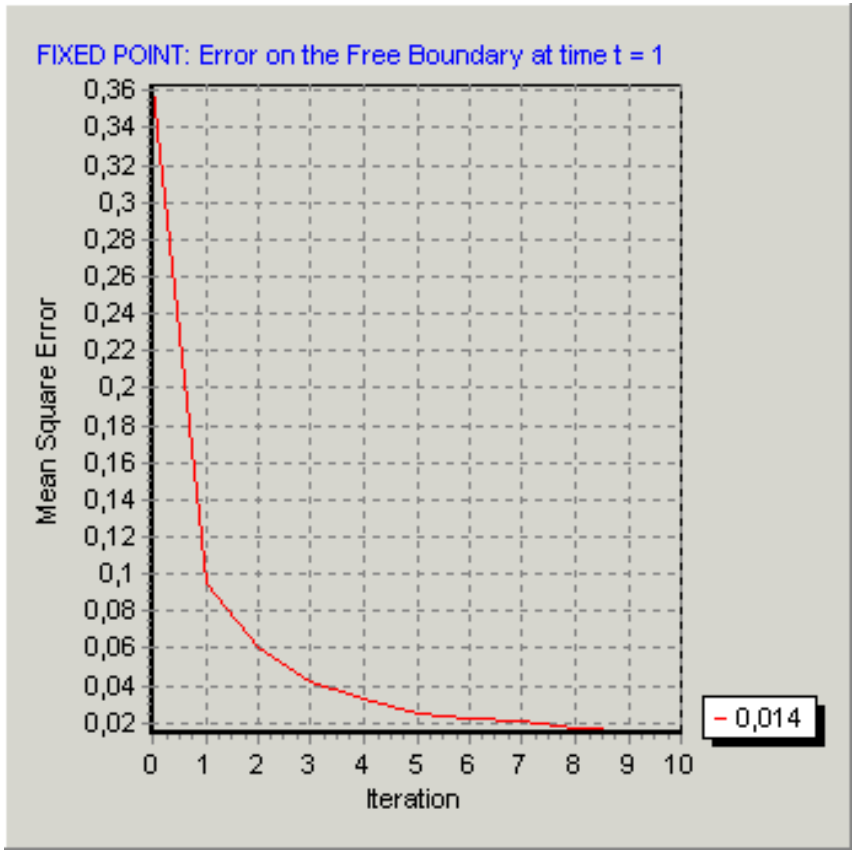
Example

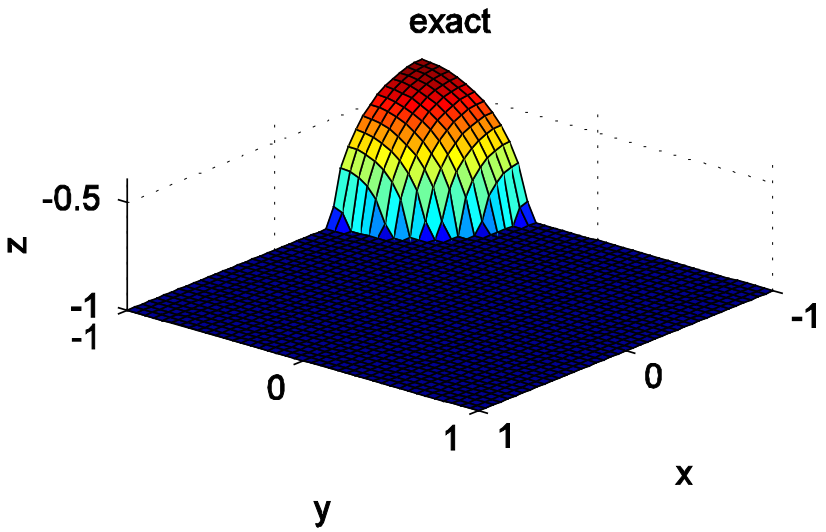

Free Boundary
Actual
Theoretical
point under evaluation
Initial Guess
Exact Solution

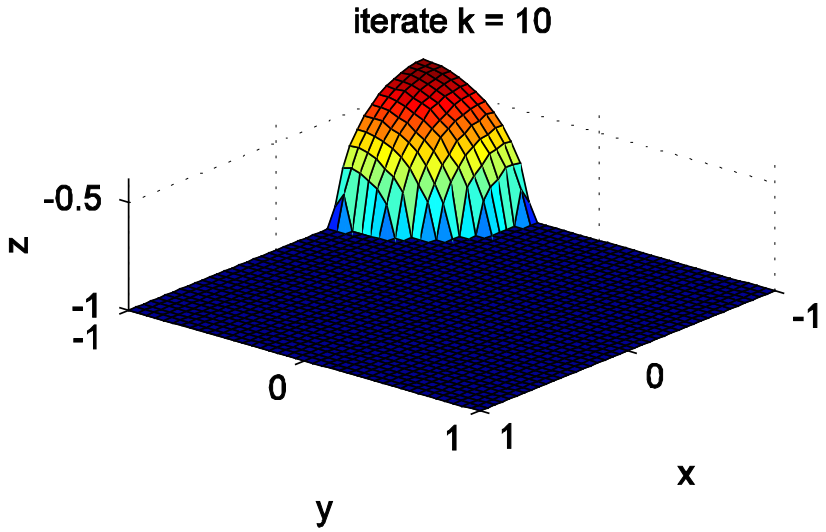

FIXED POINT: Error on the Free Boundary at time t = 1
Mean Square Error
1
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
Iteration
0,008

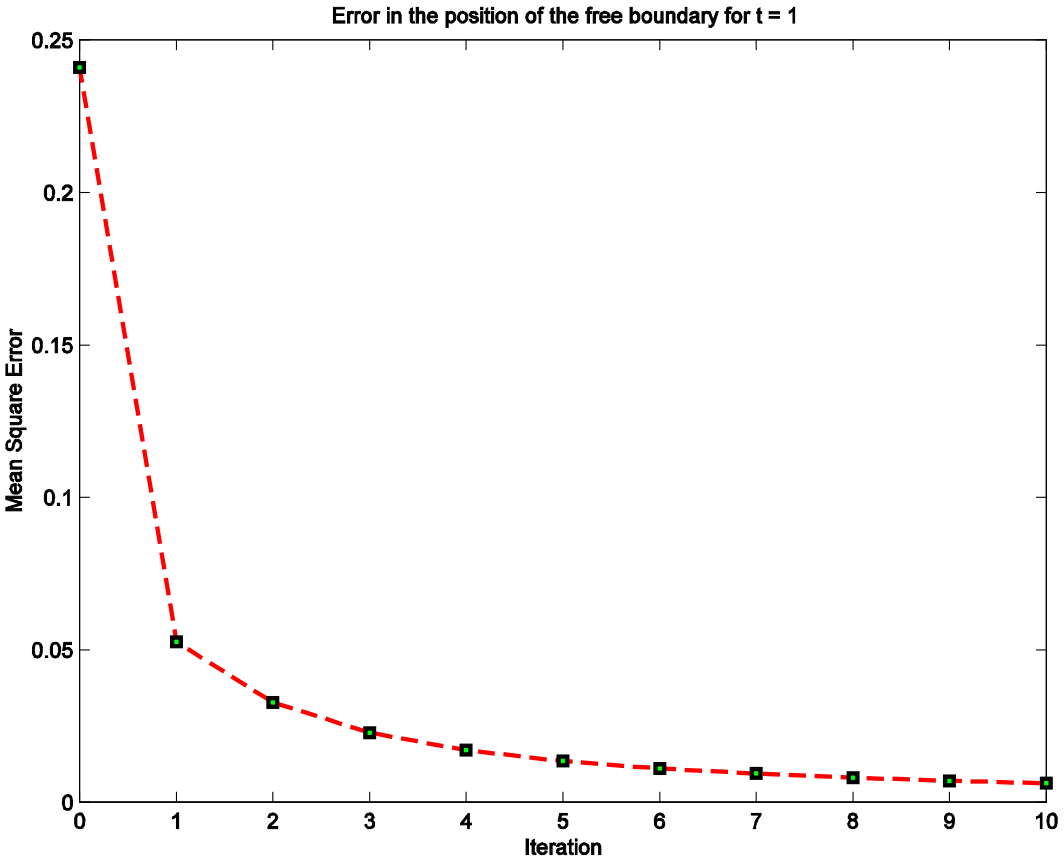
Example

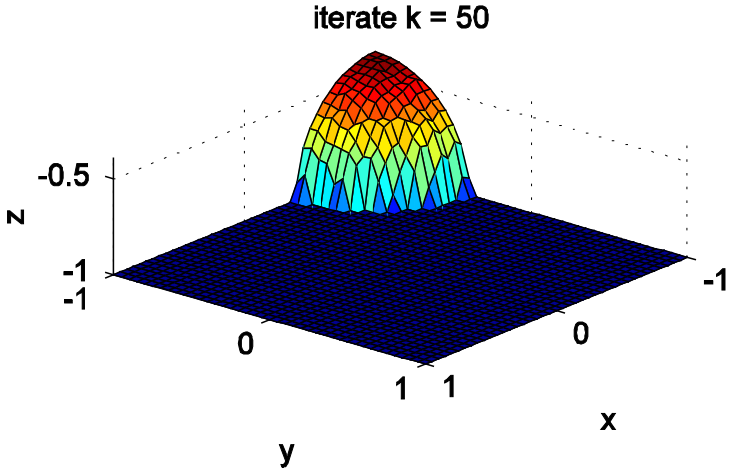

Free Boundary
Actual
Theoretical
point under evaluation
Initial Guess
Exact Solution

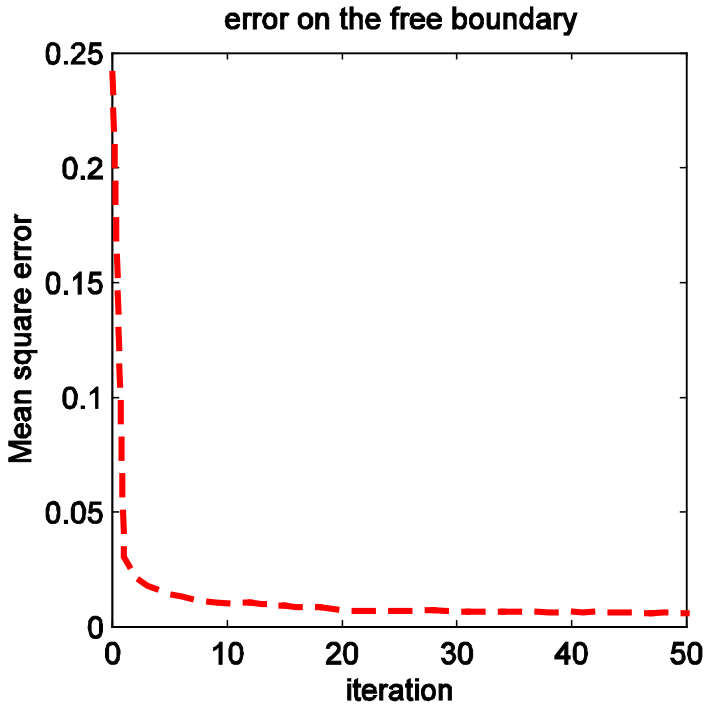

FIXED POINT: Error on the Free Boundary at time t = 1
Mean Square Error
0,36
0,34
0,32
0,3
0,28
0,26
0,24
0,22
0,2
0,18
0,16
0,14
0,12
0,1
0,08
0,06
0,04
0,02
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
Iteration
0,014


exact
-0.5
z
-1
-1
0
1
1
0
-1
x
y

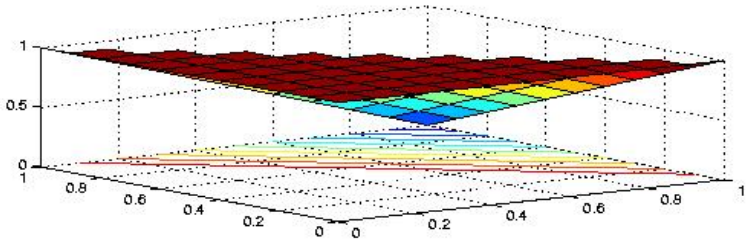

iterate k = 10
-0.5
z
-1
-1
0
1
1
0
-1
x
y


Error in the position of the free boundary for t = 1
Mean Square Error
Iteration
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

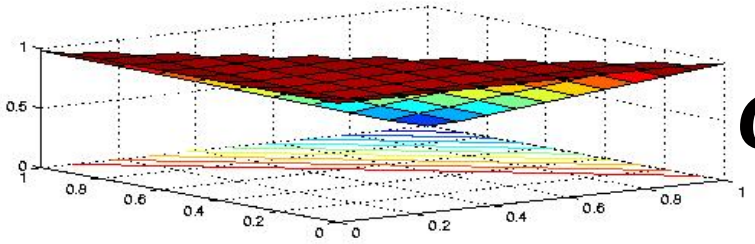

iterate k = 50
-0.5
z
-1
-1
0
1
1
y
0
-1
x


error on the free boundary
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
Mean square error
0
10
20
30
40
50
iteration

Exemples de résultats



Exact



Calculé

Front 3D pour t=1

Variabilité

TRANSACTIONS OF THE
AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY
Volume 274, Number 1, November 1982

FREE BOUNDARY CONVERGENCE IN THE HOMOGENIZATION OF THE ONE PHASE STEFAN PROBLEM

BY

JOSE-FRANCISCO RODRIGUES

ABSTRACT. We consider the one phase Stefan problem in a "granular" medium, i.e., with nonconstant thermal diffusity, and we study the asymptotic behaviour of the free boundary with respect to homogenization. We prove the convergence of the coincidence set in measure and in the Hausdorff metric. We apply this result to the free boundary and we obtain the convergence in mean for the star-shaped case and the uniform convergence for the one-dimensional case, respectively. This gives an answer to a problem posed by J. L. Lions in [L].

J Theor Probab (2012) 25:1040–1080
DOI 10.1007/s10959-011-0392-1

A Stochastic Stefan Problem

Kunwoo Kim · Zhi Zheng · Richard B. Sowers

A COMPARISON OF THE STOCHASTIC THEORY
OF THE CRYSTAL GROWTH AND THE STEFAN PROBLEM

Z. Chvoj[1]), P. Přikryl[2]), F. Vodák[3])

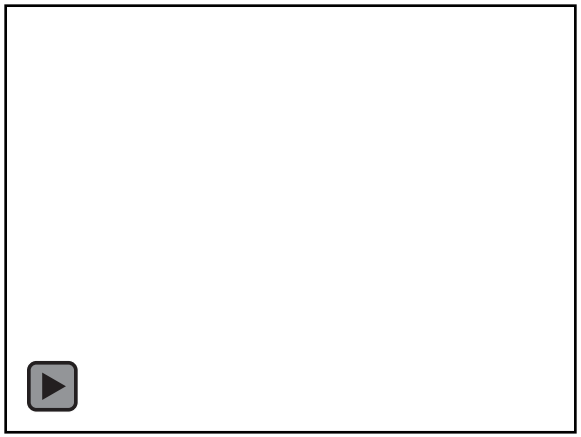
[1]) *Institute of Physics, Czechosl. Acad. Sci., Na Slovance 2, 180 40, Czechoslovakia*
[2]) *Mathematical Institute, Czechosl. Acad. Sci., Žitná 25, 115 67 Praha 1, Czechoslovakia*
[3]) *Faculty of Civil Engineering, Czech Technical University, Thákurova 7, 166 29 Praha 6, Czechoslovakia*

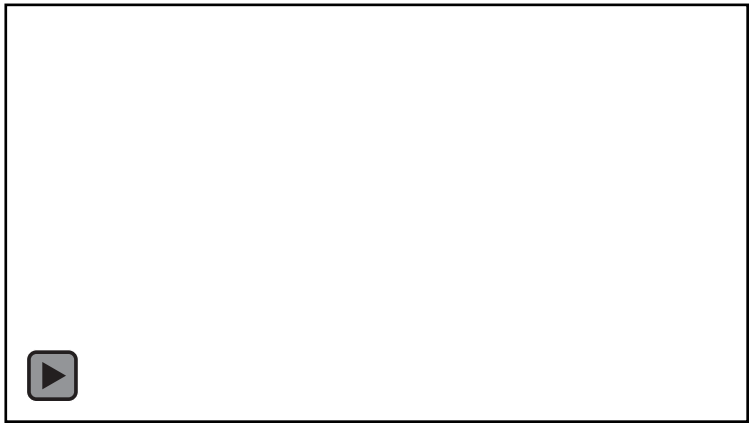
Nouvelles méthodes :
Quantification d'Incertitudes

Difficultés

Mouvement et déformation phase liquide

Convection, turbulence … et autres choses





Merci pour l'attention